

Mechanika ogólna II – Kinematyka i dynamika

kierunek Budownictwo, sem. III

materiały pomocnicze do ćwiczeń

opracowanie: dr inż. Piotr Dębski , dr inż. Irena Wagner

TREŚĆ WYKŁADU

Kinematyka: Zakres przedmiotu. Przestrzeń, czas, układ odniesienia.

Kinematyka punktu: tor punktu, opis ruchu punktu, prędkość i przyspieszenie punktu, przyspieszenie styczne i normalne.

Kinematyka bryły sztywnej: stopnie swobody, twierdzenie o rzutach prędkości punktów bryły sztywnej. Ruchy bryły: postępowy i obrotowy dokoła osi nieruchomej.

Ruch płaski: prędkość i przyspieszenie, chwilowe środki prędkości i przyspieszenia.

Ruch kulisty: chwilowa oś obrotu, prędkość przyspieszenia punktów bryły.

Ruch dowolny bryły: redukcja do ruchu śrubowego, oś centralna.

Ruch złożony punktu i bryły.

Dynamika

Dynamika punktu: Pojęcia i podstawowe: prawa Newtona, układ inercjalny, zasada d'Alemberta. Równania ruchu i metody ich rozwiązywania.

Pęd, kręt, energia kinetyczna i twierdzenia o ich zmianach. Pole sił. Praca, moc, energia potencjalna, Zasada zachowania energii mechanicznej.

Dynamika punktu materialnego nieswobodnego.

Dynamika ruchu złożonego punktu. Siły bezwładności.

Dynamika układu punktów materialnych i bryły sztywnej.

Pęd, kręt, energia oddziaływań wewnętrznych, energia kinetyczna, energia potencjalna, zasada zachowania energii mechanicznej. Masowe momenty bezwładności.

Dynamika ruchu postępowego, obrotowego i płaskiego bryły.

Elementy mechaniki analitycznej. Zasada prac przygotowanych.

LITERATURA:

1. J. Leyko, Mechanika ogólna Statyka i kinematyka, PWN, 2002.
2. J. Leyko, Mechanika ogólna Dynamika, PWN, 2002.
3. P. Dębski, O. Gajl, I. Wagner, Zbiór zadań z mechaniki teoretycznej Kinematyka, Wpł, 1995.
4. P. Wilde, M. Wismur, Mechanika teoretyczna, PWN, 1984.
5. J. Misiak, Zadania z mechaniki ogólnej, cz. II i III, WNT, 1999.
6. B. Skalmierski, Mechanika, PWN, 1998.
7. J. Nizioł, Metodyka rozwiązywania zadań z mechaniki, WNT, 2002.

Program ćwiczeń projektowych

1. Kinematyka punktu (znajdowanie równań ruchu na podstawie opisu ruchu, znajdowanie toru, równania drogi, prędkości i przyspieszenia z równań ruchu punktu)
2. Ruch płaski (łańcuchy kinematyczne, różne sposoby wyznaczania prędkości chwilowej, wyznaczanie planu prędkości)
3. Wyznaczanie prędkości i przyspieszeń w ruchu płaskim
4. Ruch złożony punktu (wyznaczanie prędkości i przyspieszeń)
5. Ruch złożony punktu w przestrzeni (wyznaczanie prędkości i przyspieszeń)
6. Różniczkowe równania ruchu punktu materialnego (całkowanie równań różnicz. ruchu - znajdowanie równań ruchu, wyznaczanie sił i reakcji)
7. Ruch drgający punktu materialnego
8. Dynamika ruchu złożonego punktu (znajdowanie równań ruchu względnego, wyznaczanie reakcji, tarcie)
9. Obliczanie pracy. Zasada zachowania energii mechanicznej dla punktu materialnego.
10. Obliczanie masowych momentów bezwładności (tw. Steinera). Dynamika ruchu płaskiego bryły (wyznaczanie reakcji dynamicznych).
11. Dynamika ruchu płaskiego bryły(zasada zachowania energii dla bryły).

Zadania przykładowe w semestrze III

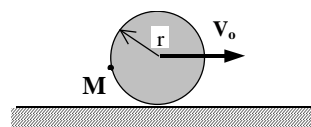
Kinematyka punktu

znajdowanie równań ruchu na podstawie opisu ruchu, znajdowanie parametrów ruchu - toru, równania drogi, prędkości i przyspieszenia z równań ruchu punktu

Znaleźć tor, równanie drogi, prędkość i przyspieszenie punktu poruszającego się zgodnie z podanymi równaniami:

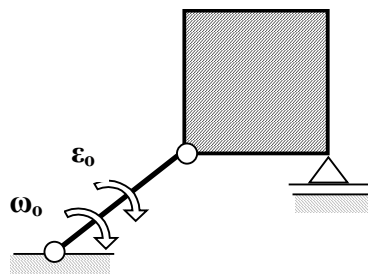
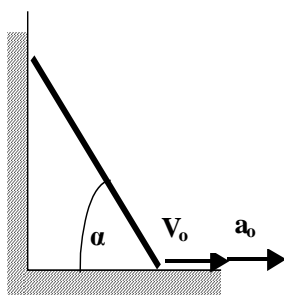
$$\begin{cases} x(t) = A \sin^2 t \\ y(t) = A \cos^2 t \end{cases} \quad \begin{cases} x(t) = k \cos \omega t \\ y(t) = k \sin \omega t \\ z(t) = k \omega t \end{cases}$$

Znaleźć równania ruchu punktu M leżącego na obwodzie toczącego się krążka. Środek krążka przesuwają się ze stałą prędkością V_0 . W chwili początkowej ruchu punkt M stykał się z nieruchomym podłożem.

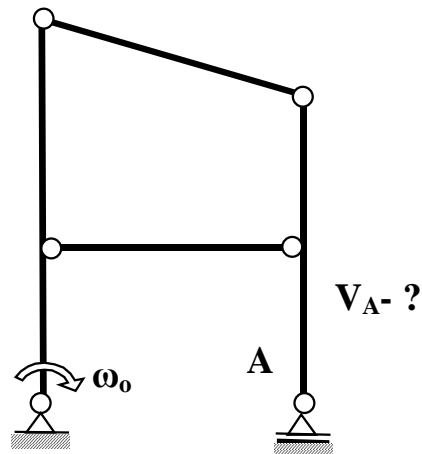
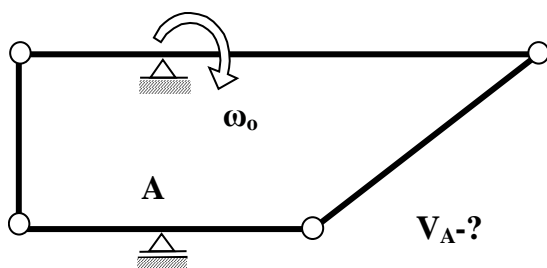


Ruch płaski

łańcuchy kinematyczne, różne sposoby wyznaczania prędkości chwilowej, wyznaczanie planu prędkości

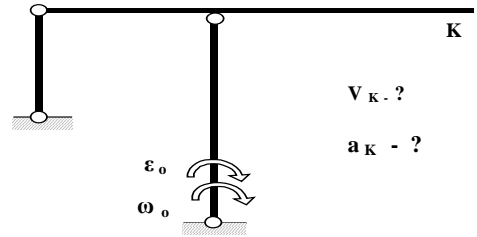
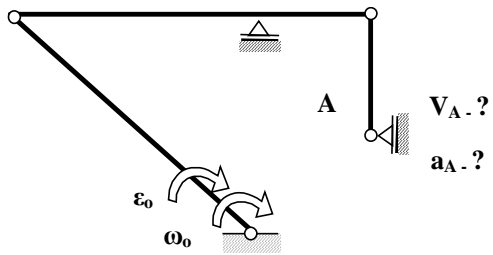


Wyznaczyć plan prędkości dla podanych łańcuchów kinematycznych



wyznaczanie prędkości i przyspieszeń

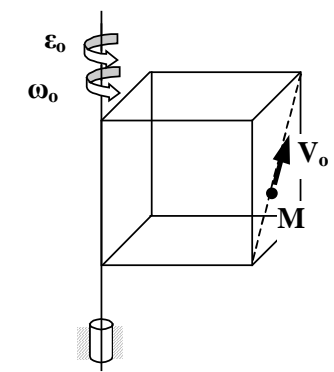
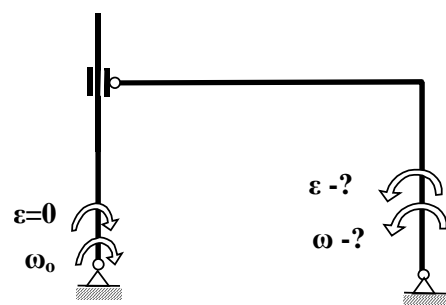
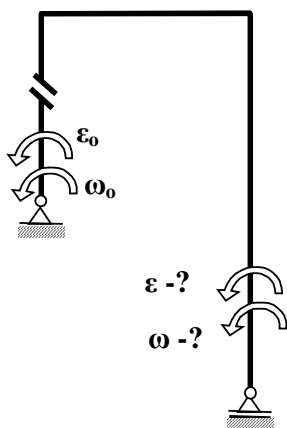
Wyznaczyć prędkość i przyspieszenie wskazanych punktów



Ruch złożony punktu

wyznaczanie prędkości i przyspieszeń

Wyznaczyć prędkości i przyspieszenia



Różniczkowe równania ruchu punktu materialnego

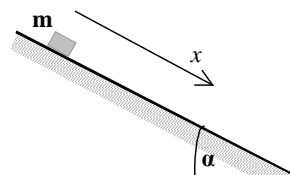
całkowanie równań ruchu - wyznaczanie sił i reakcji, znajdowanie równań ruchu

- Różniczkowanie równań ruchu

Znaleźć siłę wywołującą ruch punktu o masie m jeśli wiadomo, że porusza się on zgodnie z równaniami:

$$\begin{cases} x(t) = a \cos \omega t \\ y(t) = b \sin \omega t \end{cases}$$

Obliczyć jaki jest współczynnik tarcia μ , jeśli wiadomo, że masa m porusza się wzdłuż równia zgodnie z równaniem $x(t) = g t^2 / 8$.

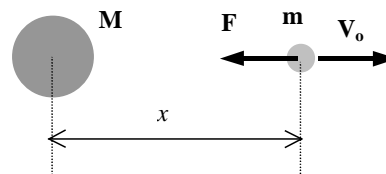


- Całkowanie różniczkowych równań ruchu

Znaleźć równania ruchu masy m poruszającej się pod działaniem siły F , jeśli wiadomo, że ruch rozpoczyna się bez prędkości początkowej i $F = H \sin kt$.

Jaką prędkość początkową V_0 musi mieć masa m znajdująca się w chwili początkowej w odległości b od masy M , aby przyciągana do niej siłą

$F = k \frac{mM}{x^2}$ mogła się od niej oderwać?

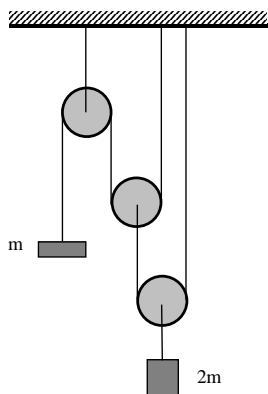


Znaleźć równanie ruchu masy m rozpoczynającej ruch z prędkością V_0 nachyloną pod kątem α do poziomu w polu grawitacyjnym z oporem. Opór wynosi $\bar{R} = -mk\bar{V}$.

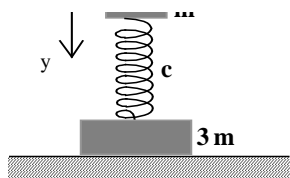


Różniczkowe równania ruchu punktu materialnego

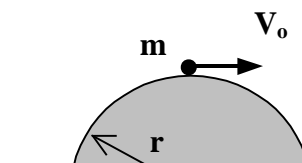
wyznaczanie sił i reakcji, ruch drgający



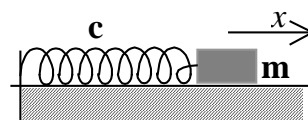
Wyznaczyć naciągi linek. Ruch rozpoczyna się z położenia równowagi, bloczki nieważkie, linka nierozciągliwa.



Masa m wykonuje ruch drgający zgodnie z równaniem $y = A \sin \omega t$. Obliczyć maksymalny i minimalny nacisk na podłoże.



W jakim położeniu masa m zsuwająca się po zakrzywionym podłożu oderwie się od niego? Ruch rozpoczyna się z położenia jak na rysunku z prędkością V_0 .

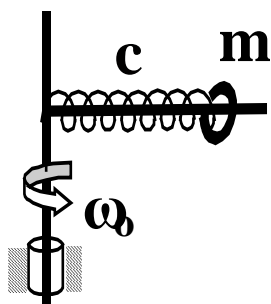


Znaleźć równanie ruchu masy m zaczepionej na sprężynie o stałej c wychylonej z położenia równowagi o x_0 , jeśli porusza się ona po podłożu z tarcie ze wsp. μ .

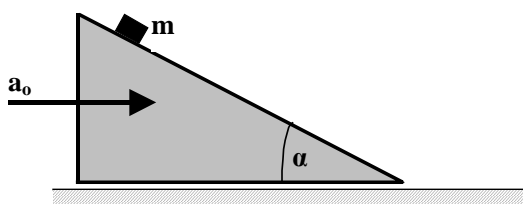
Dynamika ruchu złożonego punktu

znajdowanie równań ruchu względnego, wyznaczanie reakcji, tarcie

Znaleźć równania ruchu względnego masy m przy zadanych warunkach początkowych



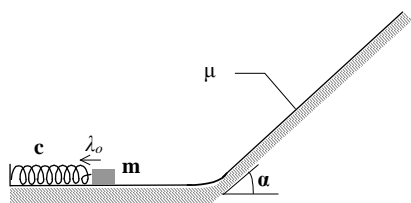
warunki początkowe
 $x(0)=1, v(0)=0$



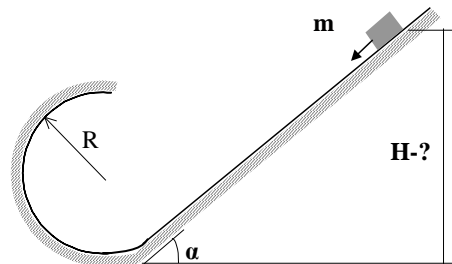
Równia przesuwa się z przyspieszeniem a_0 . W jakich granicach może się ono zmieniać, aby znajdująca się na nim masa pozostała względem równi nieruchoma? Tarcie między masą m i podłożem opisuje współczynnik μ

Zasady zachowania dla punktu materialnego

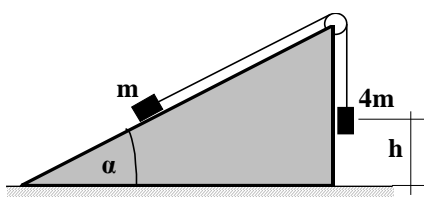
zasada zachowania energii, zasada zachowania pędu, energia sprężystości sprężyny



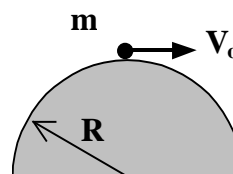
Masa m rozpoczyna ruch wywołany ściśniętą o λ_0 sprężyną. Jakie ugięcie sprężyny spowoduje ona po powrocie z równi, na której porusza się z tarciem ze współczynnikiem μ ?



Z jakiej wysokości musi wyruszyć masa m , aby dotrzeć do końca toru?



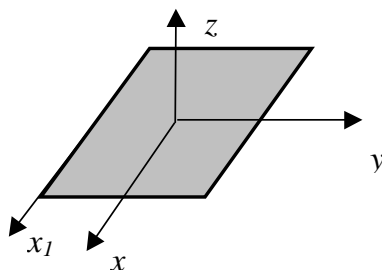
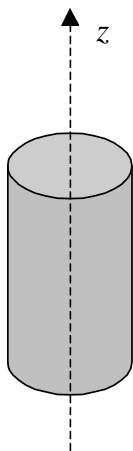
Ruch rozpoczyna się bez prędkości początkowej. Z jaką prędkością masa $4m$ uderzy w podłoże?



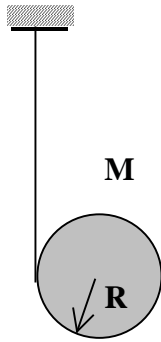
W jakim położeniu masa m zsuwająca się po zakrzywionym podłożu oderwie się od niego? Ruch rozpoczyna się z położenia jak na rysunku z prędkością V_0 .

Masowe momenty bezwładności, dynamika ruchu płaskiego bryły

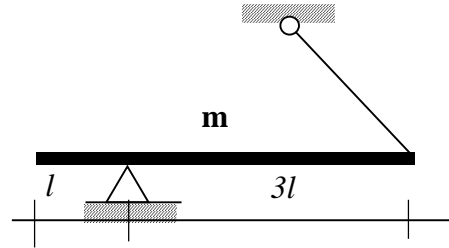
wyznaczanie reakcji dynamicznych



Obliczyć momenty bezwładności walca i płyty o zadanych masach względem zaznaczonych osi



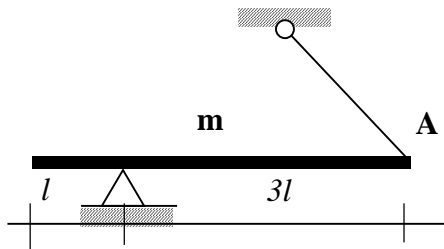
Znaleźć przyspieszenie środka krążka o masie m , z którego odwija się nić. Ruch rozpoczyna się bez prędkości początkowej



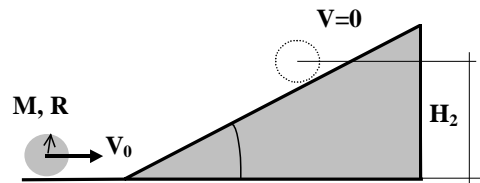
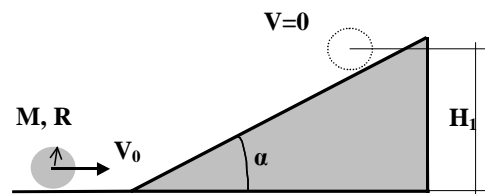
Obliczyć reakcje w podporze po odcięciu cięgna

Dynamika ruchu płaskiego bryły

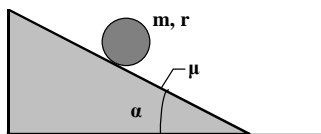
zasada zachowania energii



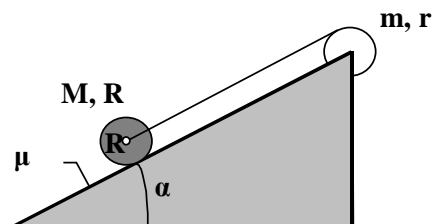
Znaleźć największą prędkość końca A belki po odcięciu cięgna.



Jaką wysokość osiągnie walec w chwili zatrzymania, jeśli u podstawy równi prędkość jego środka wynosi V_0 . Rozważyć dwa przypadki: toczenie bez poślizgu i z poślizgiem.



Jaki musi być minimalna wartość współczynnika tarcia μ , aby walec o masie m toczył się bez poślizgu ?



Znaleźć naciąg nici, przyspieszenie walca oraz min. μ dla toczenia bez poślizgu. Dane: R, r, M, m, α, f .