

# Mechanika ogólna – statyka

## kierunek Budownictwo, sem. II

materiały pomocnicze do ćwiczeń

opracowanie: dr inż. Piotr Dębski , dr inż. Irena Wagner

### TREŚĆ WYKŁADU

Pojęcia podstawowe, działy mechaniki. Pojęcie punktu materialnego i ciała doskonale sztywnego. Pojęcie siły skupionej, pary sił i sił rozłożonych. Równowaga układu sił. Zasady statyki. Statyka punktu materialnego swobodnego. Wypadkowa sił przyłożonych w punkcie, w płaszczyźnie i przestrzeni. Równania równowagi. Statyka punktu materialnego nieswobodnego. Więzy, reakcje, równowaga. Statyka układu punktów materialnych. Zasady więzów i oddziaływań wewnętrznych. Kratownice płaskie i przestrzenne. Statyka bryły sztywnej swobodnej. Równania równowagi układu sił zbieżnych. Moment siły względem punktu i względem osi. Teoria par sił. Redukcja układu par sił, równania równowagi. Redukcja dowolnego układu sił do jednej siły i jednej pary sił. Wektor główny i moment główny. Niezmienniki układu sił. Równania równowagi. Warunki istnienia wypadkowej układu sił. Twierdzenie Varignon'a. Płaski układ sił, równania równowagi. Układ sił równoległych, równania równowagi, środek układu sił równoległych. Środki ciężkości brył, figur płaskich i linii. Statyka bryły sztywnej nieswobodnej – więzy, równowaga. Układy brył, płaskie i przestrzenne, oddziaływania, równowaga. Elementarna teoria tarcia – siła tarcia, moment tarcia, prawa tarcia. Siły i momenty przekrojowe w układach belkowych – różniczkowe warunki równowagi, warunki nieciągłości. Wyznaczanie sił przekrojowych i ich wykresów w przypadku płaskich i przestrzennych układów prętowych statycznie wyznaczalnych.

### LITERATURA

- Leyko J: Mechanika ogólna, tom 1, PWN, Warszawa 1996.  
Wilde P: Wismur M., Mechanika teoretyczna, PWN, Warszawa 1984.  
Nizioł J: Metodyka rozwiązywania zadań z mechaniki, PWN, Warszawa 1983.  
Misiak J: Mechanika ogólna, tom 1, WNT, Warszawa 1993.  
Misiak J: Zadania z mechaniki ogólnej, cz.1, WNT, Warszawa 1993.  
Romicki R: Rozwiązania zadań z mechaniki zbioru I.N. Mieszczerskiego, PWN, Warszawa 1971.

## PROGRAM ĆWICZEŃ PROJEKTOWYCH

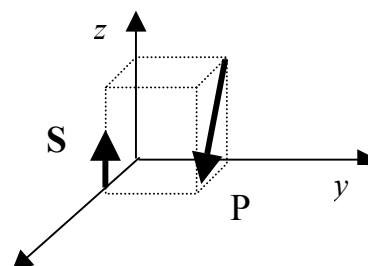
1. Proste przypadki układu sił zbieżnych (określanie kierunku reakcji podłoża idealnie gładkiego, rodzaje więzów i ich reakcje, warunki równowagi płaskiego układu sił zbieżnych). Rozwiązywanie kratownic płaskich
2. Rozwiązywanie kratownic płaskich (wyznaczanie sił w prętach metodą równoważenia węzłów, pręty zerowe)
3. Rozwiązywanie kratownic przestrzennych (wyznaczanie sił w prętach metodą równoważenia węzłów)
4. Wyznaczanie reakcji w belkach (belki pojedyncze – różne rodzaje obciążeń, belki złożone - rodzaje połączeń i ich reakcje, belki ze skratowaniem)
5. Wyznaczanie reakcji w ramach płaskich (ramy otwarte i zamknięte, wyznaczanie sił w ściągach, rami kratownicowe - metoda przecięć Rittera) Równowaga układów płaskich z uwzględnieniem tarcia - wyznaczanie reakcji
6. Wyznaczanie reakcji w ramach przestrzennych (dźwigary załamane w planie, układy tarczowo - prętowe, rodzaje więzów i połączeń i ich reakcje)
7. Wyznaczanie sił przekrojowych w belkach
8. Wyznaczanie sił przekrojowych w ramach płaskich
9. Wyznaczanie sił przekrojowych w ramach przestrzennych
10. Wyznaczanie sił przekrojowych w łukach kołowych
11. Wyznaczanie środków ciężkości figur płaskich i brył

## Zadania przykładowe

### Proste przypadki równowagi układu sił zbieżnych

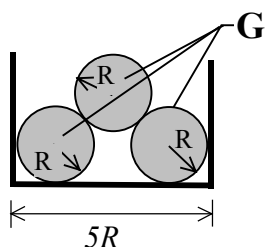
♦ przypomnienie wiadomości z rachunku wektorowego

1. Narysować wektor o współrzędnych  $[2,5,2]$  zaczepiony w początku układu. Obliczyć jego długość.
2. Znaleźć składowe wektora  $\overline{AB}$ , gdy  $A[2,2,0]$  i  $B[2,7,5]$ . Wyznaczyć jego rzut na płaszczyznę  $Oxy$ .
3. Wyznaczyć kąt między przekątnymi ścian w sześcianie i między przekątną a krawędzią sześcianu.
4. Obliczyć iloczyn wektorowy wektorów  $\overline{P}$  i  $\overline{S}$ , przedstawionych na rysunku. Obliczyć moment siły  $P$  względem początku układu.

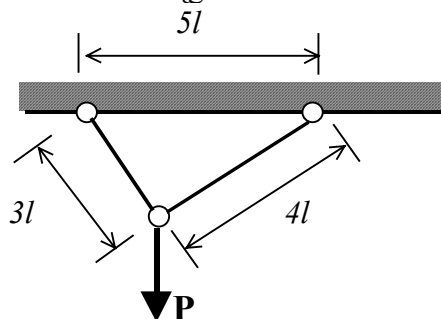


♦ określanie kierunku reakcji podłoża idealnie gładkiego, rodzaju więzów i ich reakcje, warunki równowagi płaskiego układu sił zbieżnych

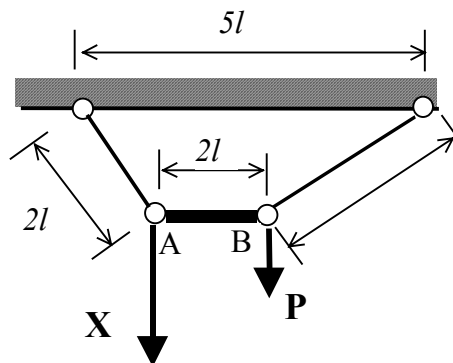
5. Wyznaczyć nacisk kulek na ścianki i dno naczynia



6. Znaleźć naciągi linek

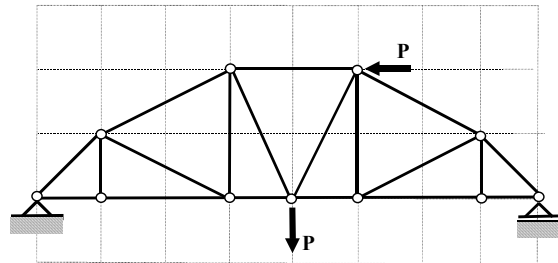
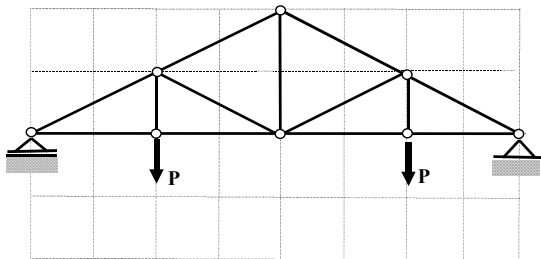
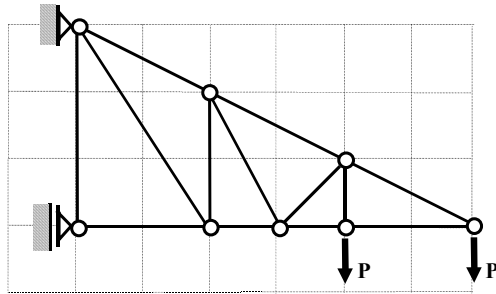
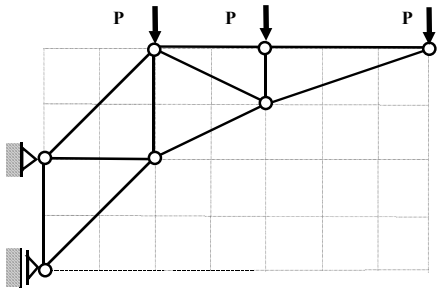
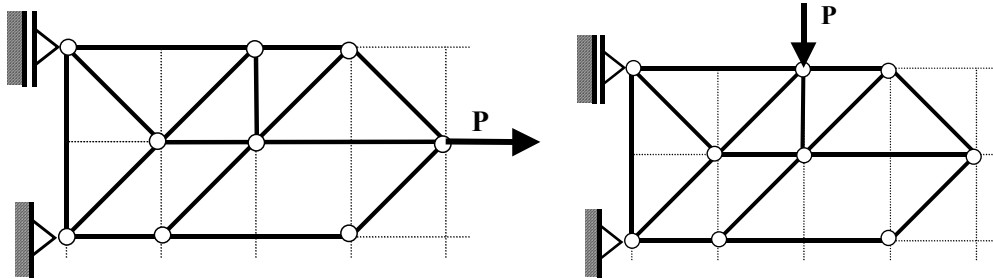


7. Znaleźć wartość siły  $X$ , przy której pręt  $AB$  pozostaje poziomy.



## Rozwiązywanie kratownic płaskich

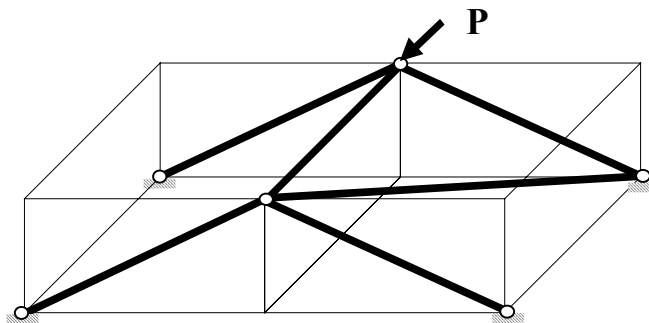
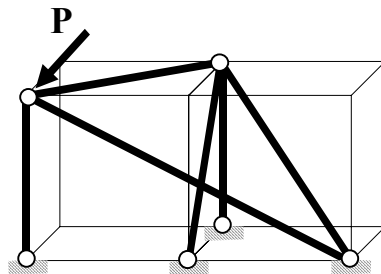
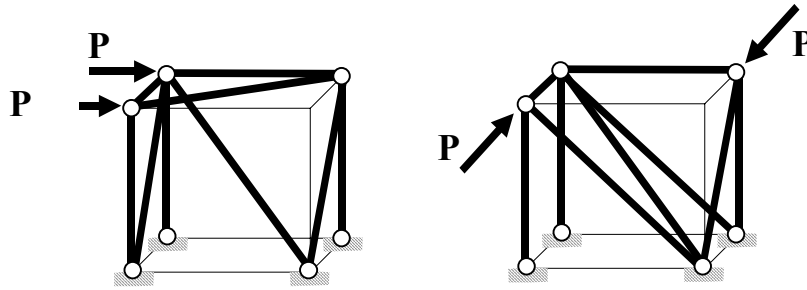
- ◆ pręty zerowe
- ◆ wyznaczanie sił w prętach metodą równoważenia węzłów
- ◆ wyznaczanie sił po uprzednim wyznaczeniu reakcji



## Rozwiązywanie kratownic przestrzennych

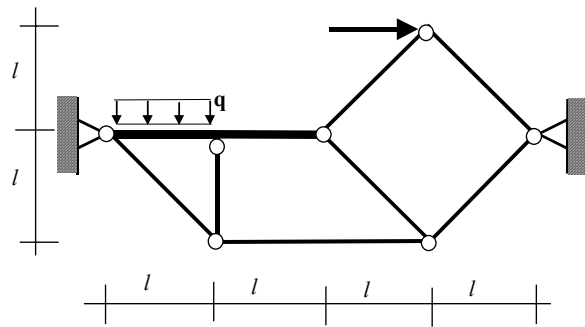
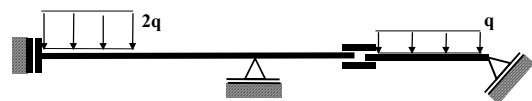
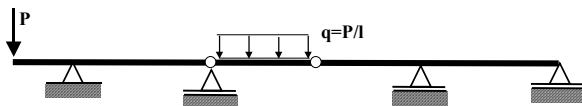
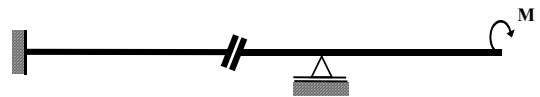
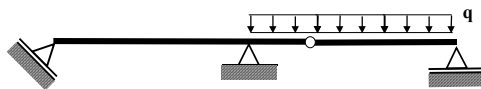
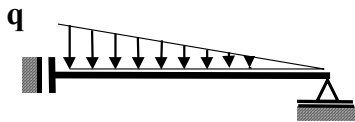
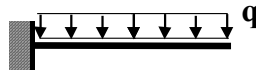
---

- ♦ pręty zerowe
- ♦ wyznaczanie sił w prętach metodą równoważenia węzłów



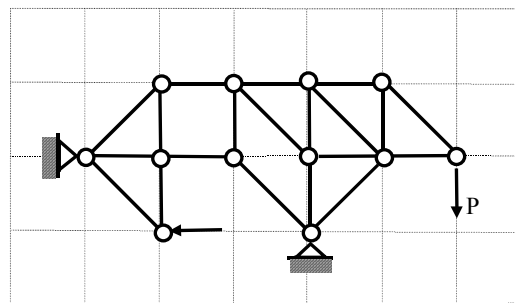
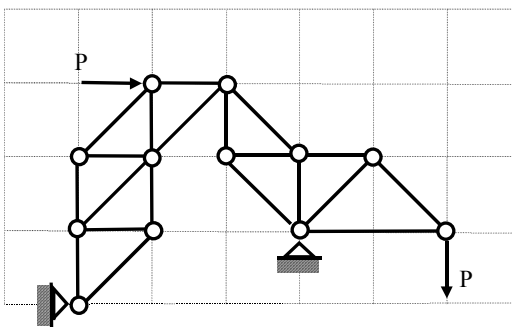
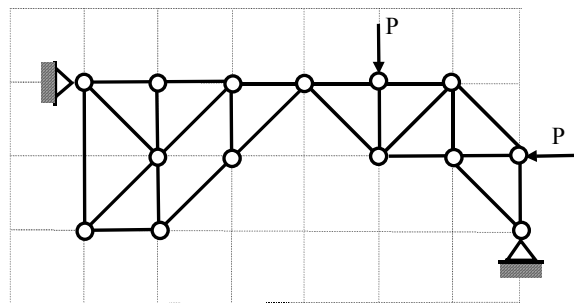
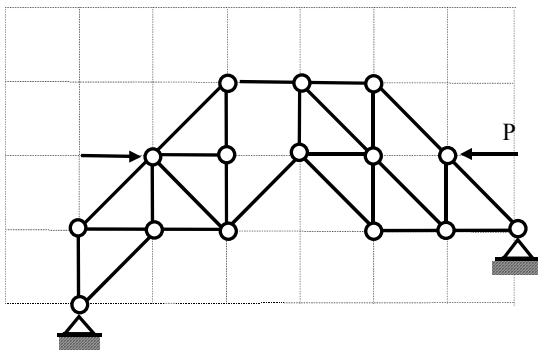
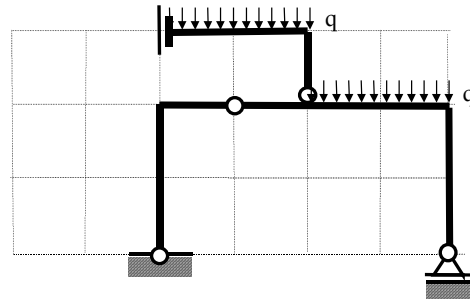
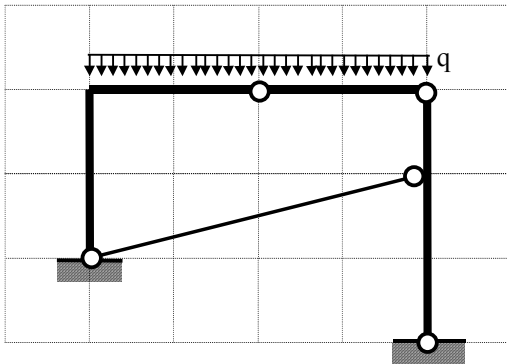
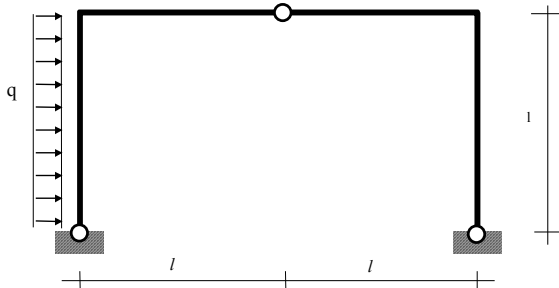
## Wyznaczanie reakcji w belkach

- ♦ obciążenia skupione i ciągłe
- ♦ belki pojedyncze
- ♦ belki złożone - rodzaje połączeń i ich reakcje
- ♦ belki ze skratowaniem



## Wyznaczanie reakcji w ramach płaskich

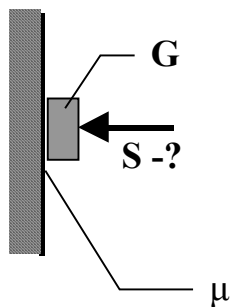
- ♦ rama „trójprzegubowa”
- ♦ ramy otwarte i zamknięte, wyznaczanie siły w ściągu
- ♦ ramy kratownicowe - metoda przecięć Ritтера



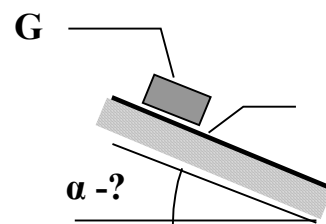
## Równowaga układów płaskich z uwzględnieniem tarcia

- ♦ wyznaczanie reakcji
- ♦ określanie warunków koniecznych równowagi

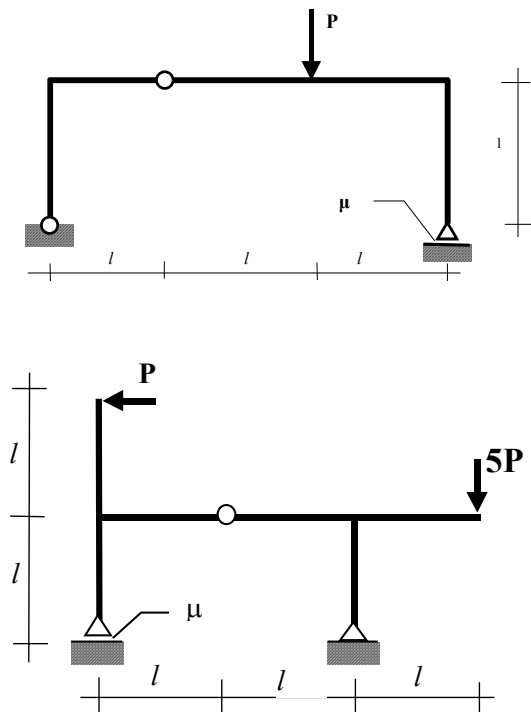
Jaka musi być siła dociskająca klocek o masie  $m$  do chropowatej ściany, aby pozostał on w miejscu? Współczynnik tarcia między powierzchniami wynosi  $\mu$ .



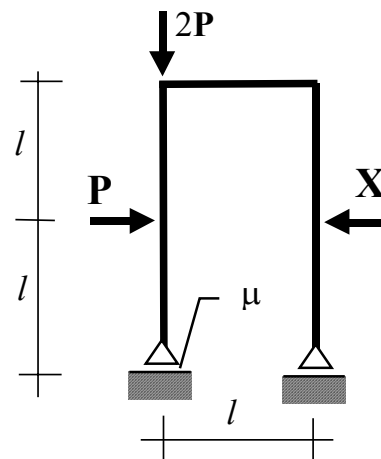
Przy jakim maksymalnym kącie nachylenia równi  $\alpha$ , klocek o masie  $m$  nie będzie zsuwał się z równi? Współczynnik tarcia między powierzchniami wynosi  $\mu$ .



Wyznaczyć dla jakich wartości współczynnika tarcia  $\mu$  układ pozostanie w równowadze.



W lewej podporze przedstawionej ramy występuje tarcie o współczynniku  $\mu$ . Wyznaczyć w jakich granicach może zmieniać się wartość siły  $X$ , aby układ pozostawał w równowadze.

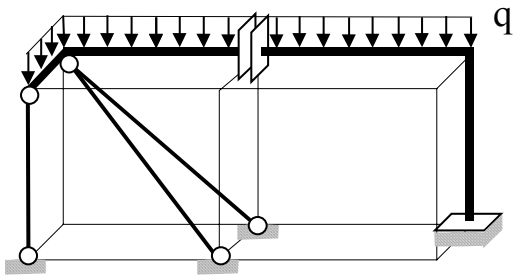
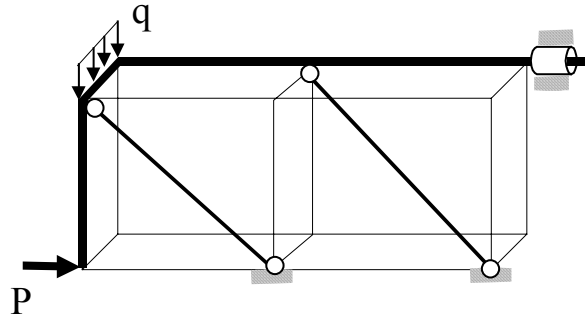
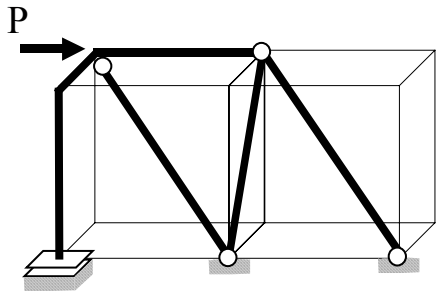
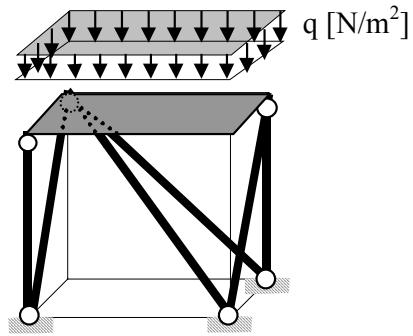
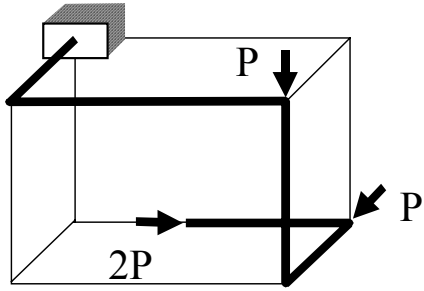




## Wyznaczanie reakcji w ramach przestrzennych

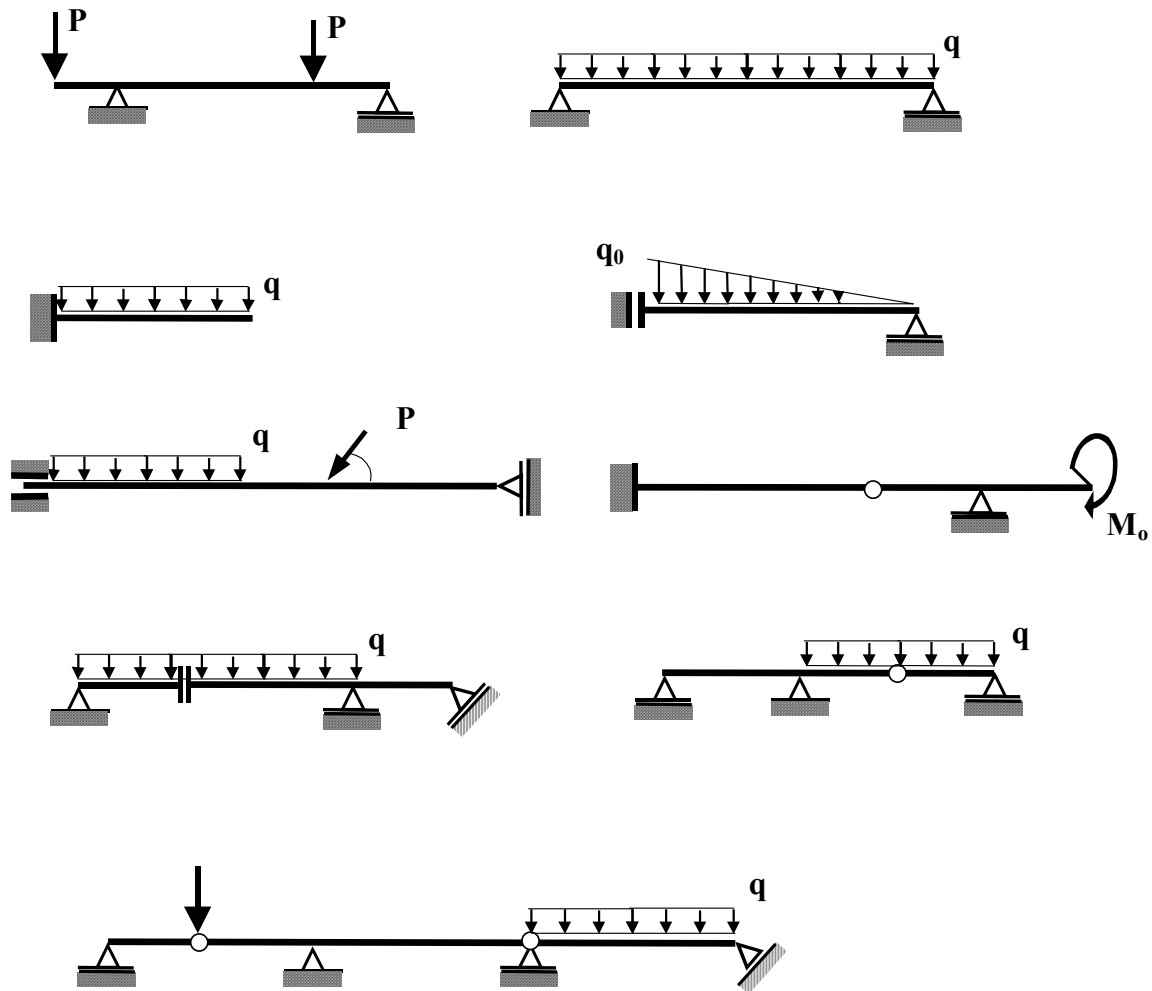
---

- ♦ dźwigary załamane w planie
- ♦ rodzaje więzów i połączeń i ich reakcje
- ♦ układy tarczowo - prętowe



## Wyznaczanie sił przekrojowych w belkach

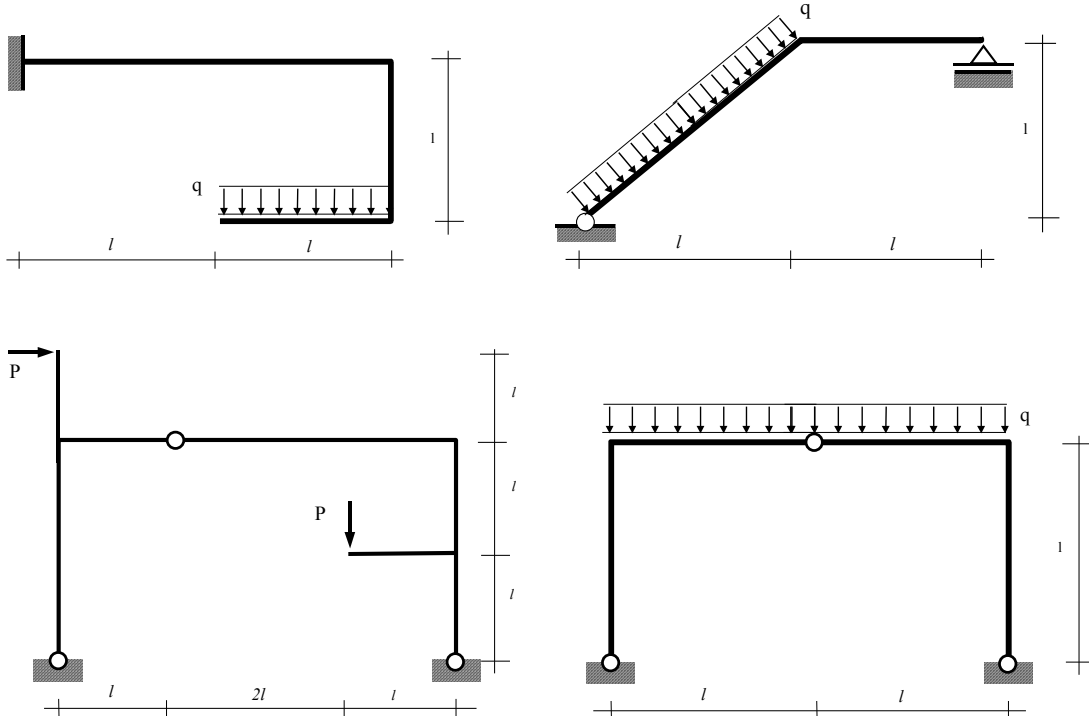
- ◆ równania i wykresy sił normalnych, tnących i momentów zginających
- ◆ nieciągłości w wykresach sił wewnętrznych
- ◆ wykorzystanie zależności różniczkowych między siłami wewnętrznymi do budowania ich wykresów



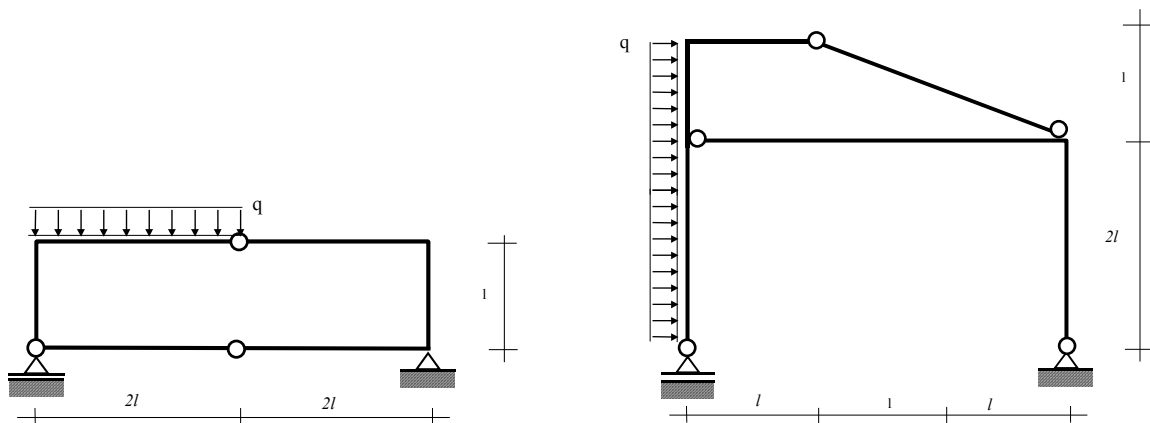
## Wyznaczanie sił przekrojowych w ramach płaskich

- ◆ wykresy sił normalnych, tnących i momentów zginających
- ◆ sprawdzenie równowagi sił wewnętrznych w węzłach

*ramy otwarte*



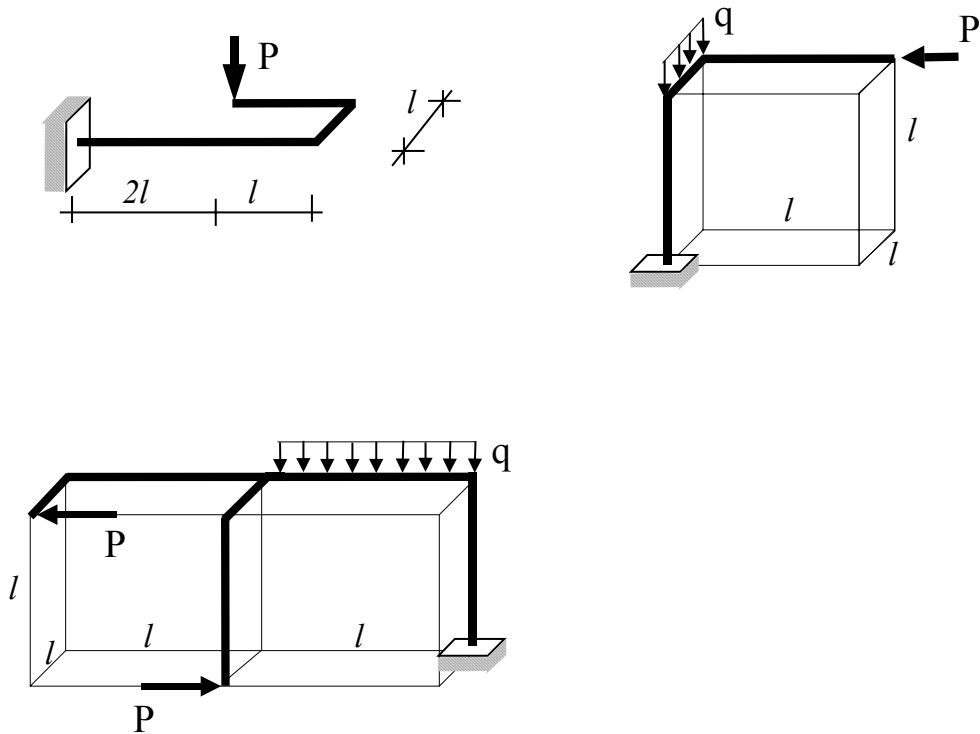
*ramy zamknięte – wyznaczenie oddziaływań wewnętrznych*



## Wyznaczanie sił przekrojowych w ramach przestrzennych

---

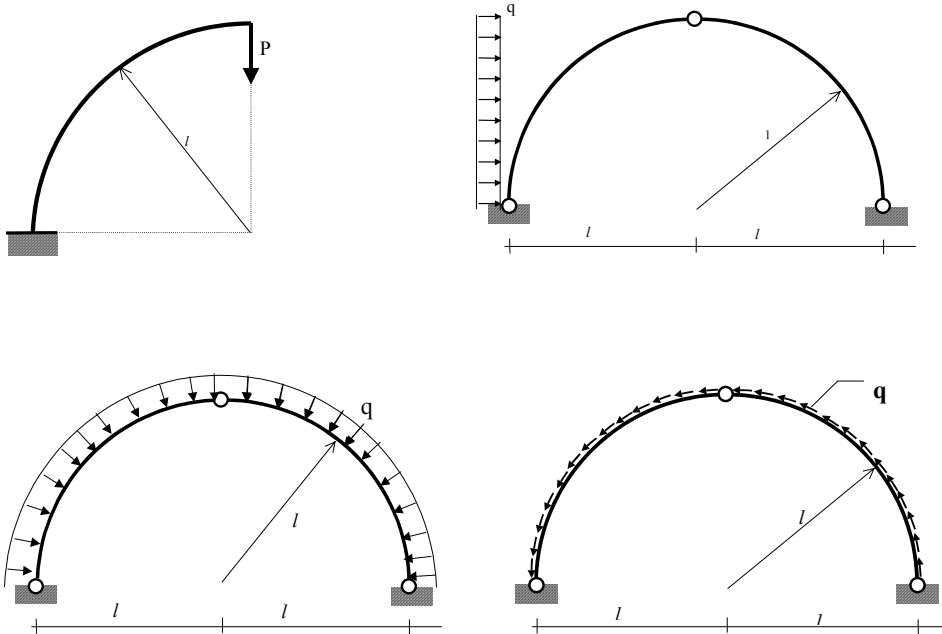
- ♦ wykresy sił normalnych i tnących, momentów zginających i skręcających



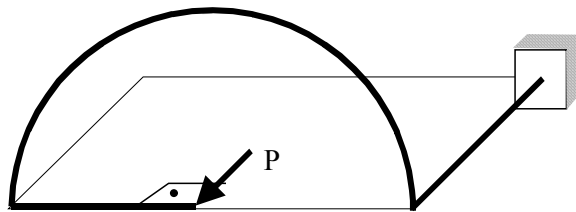
## Wyznaczanie sił przekrojowych w łukach kołowych

- ♦ równania i wykresy sił wewnętrznych dla różnego rodzaju obciążeń:
  - obciążenie skupione,
  - obciążenie ciągłe równomierne na jednostkę rzutu,
  - obciążenie ciągłe równomierne radialne i styczne do łuku

*łuk kołowy obciążony w swojej płaszczyźnie*



*łuk kołowy z obciążeniem poza swoją płaszczyznę*

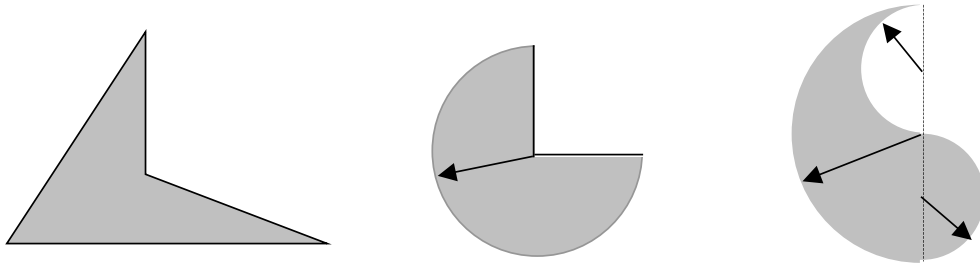


## Wyznaczanie położenia środków ciężkości

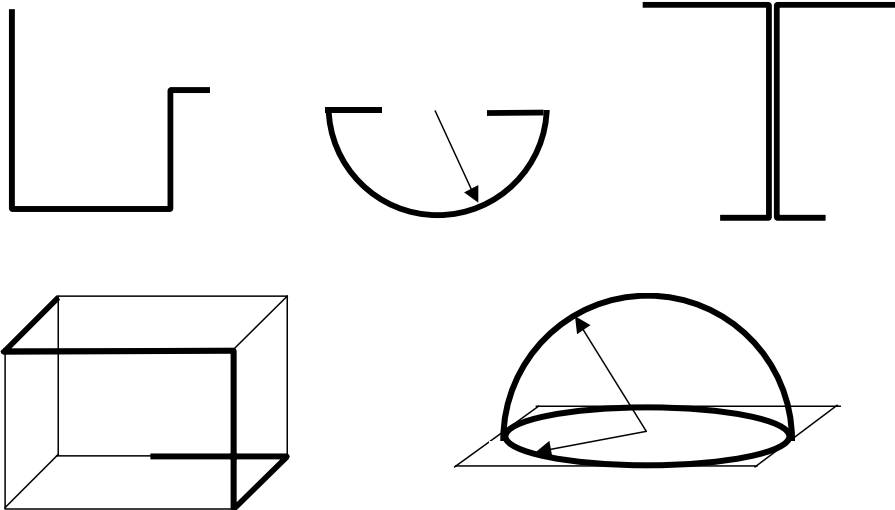
---

- ◆ superpozycja
- ◆ metoda pól ujemnych

- *figury płaskie*



- *linie płaskkie i przestrzenne*



- *bryły i powierzchnie*

