

Mechanika Techniczna
studia zaoczne inżynierskie I stopnia
kierunek studiów Inżynieria Środowiska, sem. III
materiały pomocnicze do ćwiczeń

opracowanie: dr inż. Wiesław Kaliński, mgr inż. Jolanta Bondarczuk-Siwicka

Łódź 2008

TEMATYKA WYKŁADU

Podstawowe założenia wytrzymałości materiałów, zadania i zakres przedmiotu. Siły przekrojowe w układach prętowych statycznie wyznaczalnych, belki i ramy płaskie. Charakterystyki geometryczne figur płaskich; wzory Steinera; kierunki główne i główne momenty bezwładności. Naprężenie i odkształcenie. Prawo Hooke'a. Związki naprężenie - odkształcenie. Rozciąganie i ściskanie; naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia w układach statycznie wyznaczalnych i niewyznaczalnych. Skręcanie prętów o przekrojach kołowych. Zginanie czyste, proste i ukośne. Zginanie nierównomierne, naprężenia styczne. Linia ugięcia belki, równania różniczkowe, warunki brzegowe. Metoda Mohra. Mimośrodowe ściskanie, rdzeń przekroju. Wyboczenie sprężyste i sprężysto – plastyczne prętów. Hipotezy wyteżenia materiału. Projektowanie w złożonym stanie naprężenia.

TEMATYKA ĆWICZEŃ LABORATORYJNYCH

Wyznaczanie sił przekrojowych w belkach i ramach płaskich. Kierunki główne i główne momenty bezwładności figur płaskich; koło Mohra. Statycznie niewyznaczalne układy prętowe rozciągane i ścisrane. Skręcanie pręta, wykresy momentów skręcających i kątów skręcenia, naprężenia styczne, projektowanie. Naprężenia normalne i styczne w belce zginanej. Projektowanie belki zginanej ukośnie. Obliczanie ugięć za pomocą metody Mohra. Wyznaczanie rdzenia przekroju i naprężeń dla ściskania mimośrodowego. Obliczanie siły krytycznej dla różnych warunków podparcia pręta. Projektowanie w złożonym stanie naprężenia.

Przyrządy pomiarowe. Technika pomiarów naprężeń i odkształceń. Metody opracowania wyników pomiarów. Próba zwykła rozciągania metali. Wyznaczanie modułu Younga i współczynnika Poissona metodą tensometrii elektrooporowej. Wyznaczanie modułu Kirchhoffa metodą mechaniczną i metodą tensometrii elektrooporowej. Wyznaczanie siły krytycznej metodą Southwella.

LITERATURA PODSTAWOWA

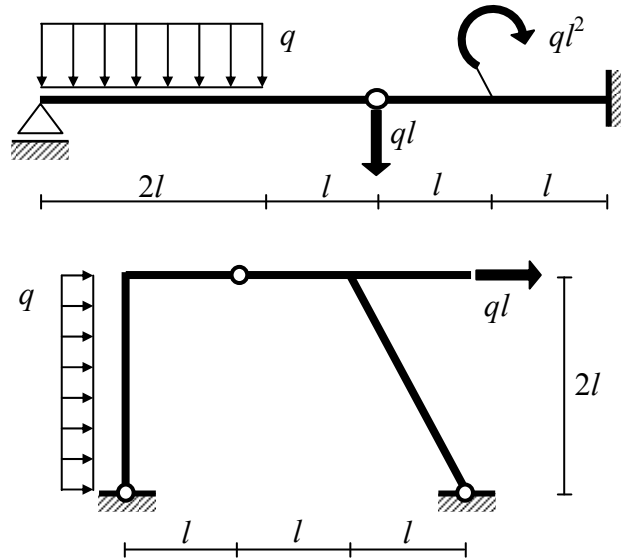
Dyląg Z., Jakubowicz A., Orłoś Z., Wytrzymałość materiałów
Misiak J. Mechanika techniczna. Statyka i wytrzymałość materiałów

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

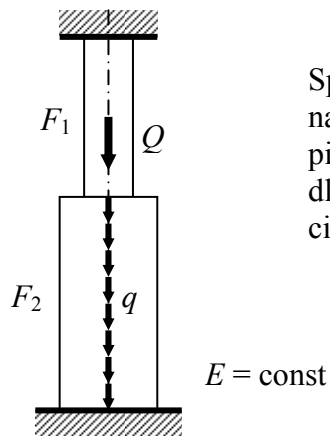
Jastrzębski P., Mutermilch J., Orłowski W., Wytrzymałość materiałów
Grabowski J., Iwanczewska A., Zbiór zadań z wytrzymałości materiałów
Banasiak M. i inni, Ćwiczenia laboratoryjne z wytrzymałości materiałów

Przykładowe zadania i ćwiczenia

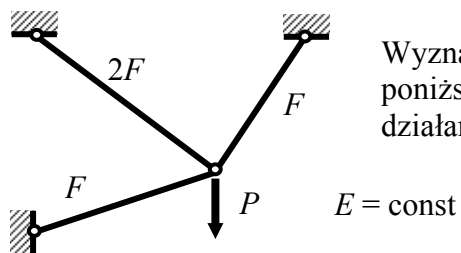
Wykresy sił przekrojowych w belkach i ramach



Statycznie niewyznaczalne przypadki rozciągania - ściskania

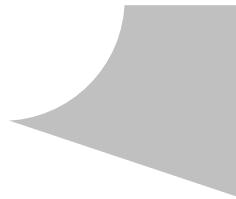


Sporządzić wykresy siły osiowej N , naprężeń normalnych σ i przemieszczeń pionowych przekrojów poprzecznych u dla słupa obciążonego obciążeniem ciągłym q i siłą skupioną Q .



Wyznaczyć siły w prętach w poniższym układzie wywołane działaniem siły (P).

Wyznaczanie głównych osi i głównych momentów bezwładności figur płaskich. Koło bezwładności Mohra

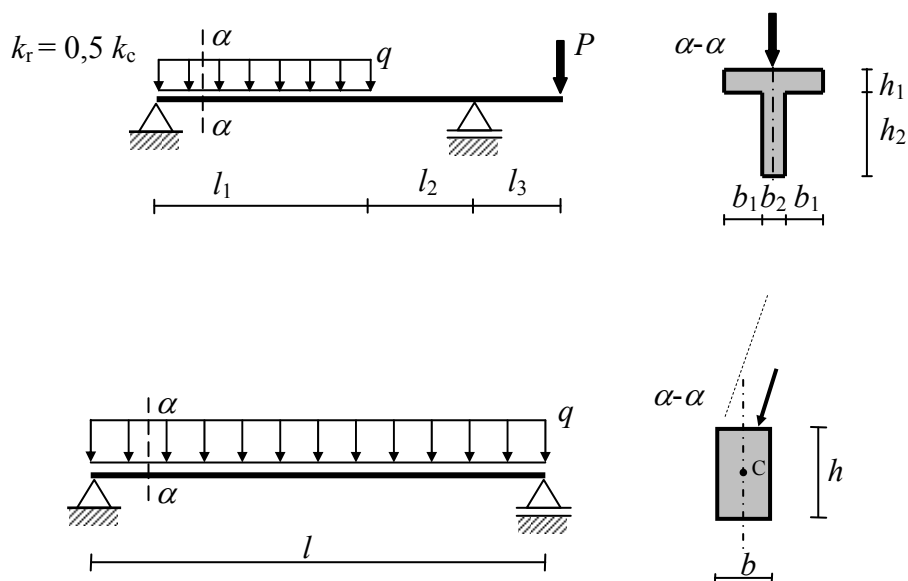


Wyznaczyć główne centralne momenty bezwładności i kierunki główne.

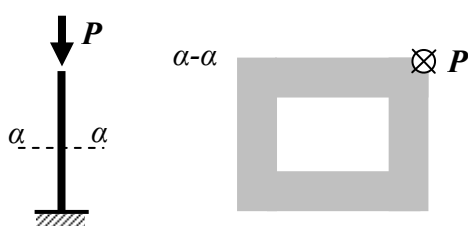


Wyznaczyć główne centralne momenty bezwładności i kierunki główne, wykorzystując symetrię figury.

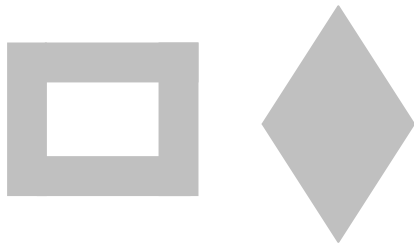
Zginanie proste i ukośne. Wyznaczanie osi obojętnej i naprężeń normalnych. Wymiarowanie



Mimośrodowe rozciąganie – ściskanie. Wyznaczanie osi obojętnej i naprężeń normalnych. Wyznaczanie rdzenia przekroju



Wyznaczyć położenie osi obojętnej oraz największe naprężenie rozciągające i ściskające. Słup o zadanym przekroju poprzecznym jest ściskany mimośrodowo siłą P przyłożoną we wskazanym punkcie.



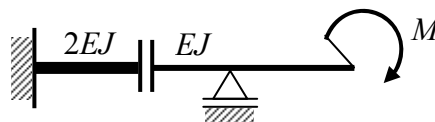
Wyznaczyć rdzeń dla
zadanego przekroju.

Linia ugięcia belki

Korzystając z metody Mohra wyznaczyć ugięcia i kąty ugięcia w wybranych punktach układu.

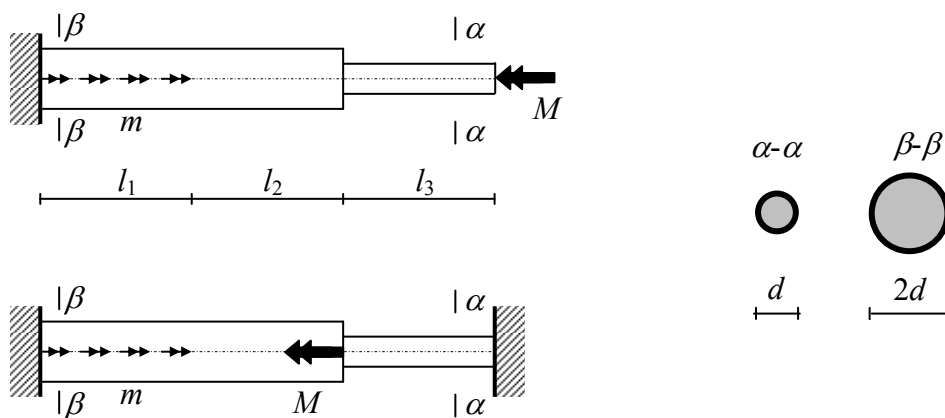


Wyznaczyć linię ugięcia belki korzystając z metody Mohra.



Skrećanie prętów o przekroju kołowym

Sporządzić wykresy momentów skręcających i kątów skręcenia



Naprężenia główne i koło Mohra

Wyznaczyć analitycznie naprężenia główne i kierunki główne dla zadanego płaskiego stanu naprężenia. Wyznaczyć maksymalne naprężenie styczne. Wyniki sprawdzić korzystając z koła Mohra.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 50 & 20 \\ 20 & 80 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

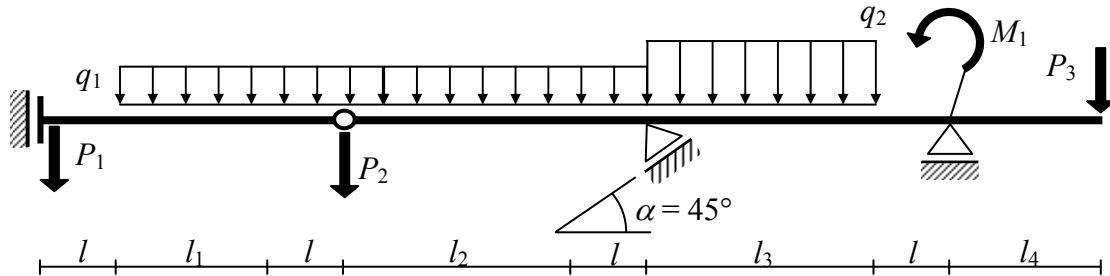
$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 70 & -40 \\ -40 & 90 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 100 & 30 \\ 30 & -40 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

Zadania projektowe

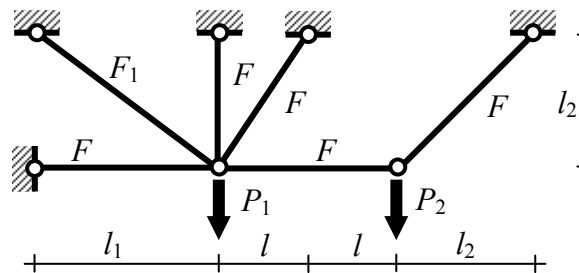
Zadanie projektowe I

Belki złożone: sporządzić wykresy sił przekrojowych.



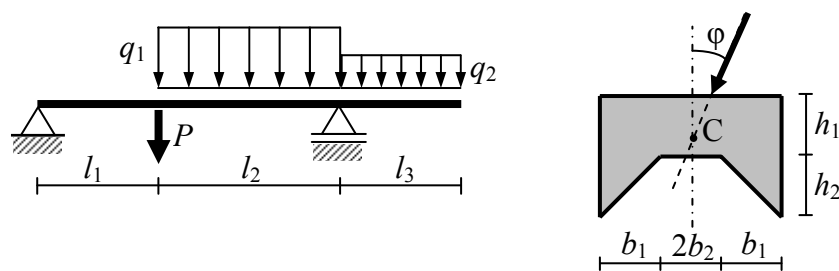
Zadanie projektowe II

Wyznaczyć siły w prętach kratownicy wywołane działaniem obciążenia (P_1, P_2).



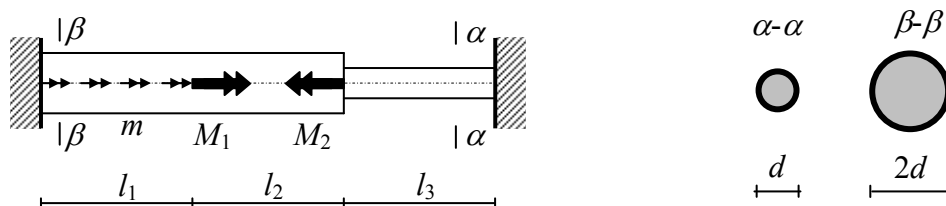
Zadanie projektowe III

Zginanie ukośne prętów: zaprojektować wymiar „a” przekroju poprzecznego belki zginanej (b_1, b_2, h_1, h_2 są wielokrotnościami „a”, np. $b_1 = 2a, b_2 = 4a, h_1 = 6a, h_2 = 8a$).



Zadanie projektowe IV

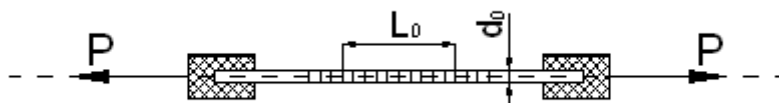
Sporządzić wykresy momentów skręcających i kątów skręcenia



Próba zwykła rozciągania metali



1. Schemat układu pomiarowego



2. Kolejność czynności

- 2.1. Na próbkach należy oznaczyć długość pomiarową l_0 oraz dokonać równego podziału tej długości na odcinki 10 mm z dokładnością do 0.1 mm.
- 2.2. Zmierzyć suwmiarką z dokładnością 0.05 mm średnicę pierwotną próbki d_0 w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach, w trzech dowolnych przekrojach próbki (6 pomiarów) i wpisać do protokołu.
- 2.3. Zamocować próbkę w uchwytach maszyny tak, aby szczęki maszyny były poza zakresem pomiarowym, a oś próbki pokrywała się z kierunkiem rozciągania.
- 2.4. Ustalić i nastawić zakres pracy maszyny (taki, aby przewidywana siła zrywająca była w zakresie 40-90% zakresu pracy maszyny).

2.5. Uruchomić urządzenie samopiszzące oraz przystąpić do równomiernego obciążenia próbki z prędkością mniejszą niż 30 MPa/s (wg instrukcji obsługi maszyny wytrzymałościowej).

2.6. Zanotować w protokole siłę, przy której wystąpiła granica plastyczności oraz siłę maksymalną.

2.7. Po zerwaniu próbkę wyjąć z uchwytów tak, aby nie zetrzeć rysek służących do obliczenia wydłużenia.

2.8. Zmierzyć długość po zerwaniu:

- w przypadku zerwania w środkowej części (1/2 długości pomiarowej) - całą długość próbki;
- w przypadku zerwania poza częścią środkową należy zmierzyć odległość między n działkami obejmującymi symetrycznie miejsce zerwania oraz odległość odpowiadającą połowie pozostałej liczby działek.

2.9. Zmierzyć średnicę próbki w miejscu zerwania w 2 wzajemnie prostopadłych kierunkach z dokładnością 0.05 mm.

3. Opracowanie wyników badań

Celem próby jest wyznaczenie:

- wyraźnej granicy plastyczności
- wytrzymałości na rozciąganie
- wydłużenia, przewężenia względnego

Wyrażna granica plastyczności R_e jest to naprężenie, po osiągnięciu którego następuje wyraźny wzrost wydłużenia rozciąganej próbki bez wzrostu, lub spadku obciążenia

$$R_e = \frac{F_0 [N]}{S_0 [m^2]} [Pa]$$

F_0 - siła odpowiadająca wyraźnej granicy plastyczności

S_0 - pierwotne pole przekroju próbki

Przez **wytrzymałość na rozciąganie** rozumiemy naprężenie odpowiadające największej sile uzyskanej w czasie próby rozciągania, odniesione do przekroju początkowego

$$R_m = \frac{F_m [N]}{S_0 [m^2]} [Pa]$$

F_m - maksymalna siła

Wydłużenie A_p próbki jest to stosunek trwałego wydłużenia bezwzględnego próbki po zerwaniu do długości pierwotnej wyrażony w procentach

$$A_p = \frac{L_u - L_0}{L_0} 100\%$$

L_u - długość po zerwaniu wyznacza się zgodnie z normą PN-91/H-04310- Próba statyczna rozciągania metali

L_0 - pierwotna długość próbki

Przewężenie względne jest to zmniejszenie powierzchni przekroju poprzecznego próbki w miejscu zerwania w odniesieniu do powierzchni pierwotnego przekroju próbki

$$Z = \frac{S_0 - S_u}{S_0} 100\%$$

S_u - pole powierzchni po zerwaniu

S_0 - pierwotne pole przekroju próbki

W przypadku kilku próbek należy obliczyć wartości średnie podanych wielkości i ich rozrzut.

Wartość średnia

$$x_o = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$$

Rozrzut wielkości poszczególnych wartości wyznaczamy ze wzoru

$$\sigma^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_i - x_o)^2$$

4. Sprawozdanie winno zawierać

4.1. Protokół z ćwiczenia

4.2. Obliczenia średnich wartości i rozrzutów wielkości:

- wyraźnej granicy plastyczności
- wytrzymałości na rozciąganie
- wydłużenia
- przewężenia

4.3. Wykresy z próby rozciągania

5. Literatura

Norma PN-91/H-04310- Próba statyczna rozciągania metali

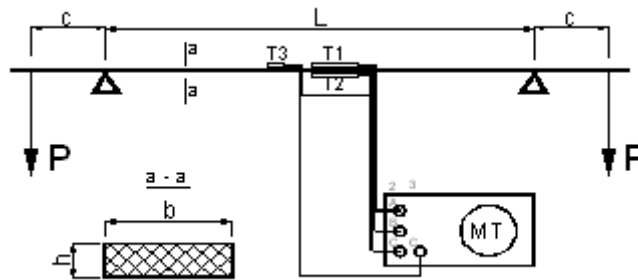
M. Banasiak - „Ćwiczenia laboratoryjne z wytrzymałości materiałów”

Próba statyczna zwykła rozciągania metali

Wyznaczanie modułu Younga i współczynnika Poissona metodą tensometrii elektrooporowej.



1. Schemat układu pomiarowego



T_1, T_2 - tensometry elektrooporowe podłużne połączone mostkiem w układzie samokompensacyjnym na drugim kanale

T_3 - tensometr elektrooporowy poprzeczny połączony z mostkiem na trzecim kanale. Tensometry T_1, T_2 są ze sobą połączone w układzie różnicowym poprzez złącze A i B

MT - mostek tensometryczny.

2. Kolejność czynności

2.1. Zmontować układ pomiarowy

2.2. Obciążniki siły P ustawić w odległości C od podpór badanej belki zgodnie z poleceniem prowadzącego ćwiczenia.

2.3. Pomierzyć: wysokość h belki śrubą mikrometryczną, a szerokość belki b suwmiarką w pięciu losowo wybranych punktach.

2.4. Uruchomić mostek tensometryczny TT3B wg odpowiedniej instrukcji oraz przeprowadzić jego równoważenie.

2.5. Ustawić stałą mostka K_M w przybliżeniu równą stałej tensometrów K_t oraz wykonać odczyty $A_0^{(1)}, A_0^{(2)}$ z mostka tensometrycznego przy zerowym obciążeniu.

2.6. Każdy wspornik belki obciążyć siłą równą 50 N pokręcając pokrętkę obciążnika umieszczone poniżej belki oporowej stanowiska badawczego. Wartość siły odczytujemy z siłomierza pałkowego wykorzystując czujnik zegarowy i odpowiedni nomogram.

2.7. Zrównoważyć mostek pokrętkami oporników oraz wykonać odczyty wskazań mostka $A_0^{(1)}, A_0^{(2)}$.

2.8. Zwiększając obciążenie co 50 N czynności 2.6. oraz 2.7. powtórzyć 10 razy (do obciążenia 500 N).

3. Opracowanie wyników.

3.1. Na podstawie wskazań z kanału pomiarowego, do którego przyłączone są tensometry T_1, T_2 można określić różnicę odkształceń na górnej i dolnej powierzchni belki

$$\varepsilon_i^g - \varepsilon_i^d = \frac{K_M}{K_t} |A_i^{(1)} - A_0^{(1)}|,$$

gdzie: K_M - stała ustawiona na mostku

K_t - wartość stałych użytych tensometrów

$A_i^{(1)}, A_0^{(1)}$ - wskazanie mostka dla i-tego i zerowego pomiaru

3.2. Na podstawie wskazań z kanału pomiarowego, do którego przyłączone są tensometry T_2 i T_3 można określić zmianę odkształceń podłużnych i poprzecznych górnej powierzchni belki

$$\varepsilon_i^g - \varepsilon_i^{g''} = \frac{K_M}{K_t} |A_i^{(2)} - A_0^{(2)}|$$

Z teorii czystego zginania wiemy, że

$$\varepsilon_i^g = -\varepsilon_i^d \quad \sigma_i = \pm \frac{6P_i c}{bh^2}$$

Stąd stałe materiałowe (moduł Younga i liczbę Poissona) obliczamy ze wzorów

$$E_i = \frac{12K_i c}{K_M b h^2} \frac{P_i}{A_i^{(1)} - A_0^{(1)}} \quad /1/$$

$$\nu_i = 2 \frac{A_i^{(2)} - A_0^{(2)}}{A_i^{(1)} - A_0^{(1)}} - 1 \quad /2/$$

Najlepsze przybliżenie stałych sprężystości przy wielu pomiarach otrzymujemy zgodnie z instrukcją „Aproksymacja liniowa” z metody najmniejszych kwadratów

$$E = \frac{18K_i c}{K_M b h^2 (R_N^{(1)})^3} \left[\sum_{i=1}^{N-1} R_i^{(1)} P_i (R_{i+1}^{(1)} - R_{i-1}^{(1)}) + R_N^{(1)} P_N (R_N^{(1)} - R_{N-1}^{(1)}) \right]$$

$$\nu = -1 + \frac{3}{(R_N^{(1)})^3} \left[\sum_{i=1}^{N-1} R_i^{(1)} R_i^{(2)} (R_{i+1}^{(1)} - R_{i-1}^{(1)}) + R_N^{(1)} R_N^{(2)} (R_N^{(1)} - R_{N-1}^{(1)}) \right]$$

gdzie: $R_i^{(1)} = A_i^{(1)} - A_0^{(1)}$ oraz $R_i^{(2)} = A_i^{(2)} - A_0^{(2)}$

Wartość modułu Younga (wzór /1/) wyznaczamy pośrednio przez pomiar wielkości (K_t , c , K_M , b , h , P_i , $A_i^{(1)}$, $A_0^{(1)}$), a wartości liczby Poissona (wzór /2/) wyznaczamy przez pomiar wielkości ($A_i^{(1)}$, $A_i^{(2)}$, $A_0^{(1)}$, $A_0^{(2)}$).

Błąd względny i bezwzględny modułu Younga i stałej Poissona obliczamy zgodnie z instrukcją rachunku błędów. Dla wielu pomiarów błąd badanej wielkości wyznaczony jako maksymalny błąd z błędów wszystkich pomiarów.

4. Sprawozdanie powinno zawierać

- 4.1. Protokół z ćwiczenia
- 4.2. Obliczenie rachunkowe modułu Younga i liczby Poissona
- 4.3. Ilustrację graficzną otrzymanych wyników pomiarów dla E oraz ν
- 4.4. Rachunek błędów

5. Literatura

A. Jakubowicz, Z. Orłoś - „Wytrzymałość Materiałów”

Naprężenia i odkształcenia w pręcie zginanym

Płaski stan naprężenia, Uogólnione prawo Hooke’a

M. Banasiak - „Ćwiczenia laboratoryjne z Wytrzymałości Materiałów”

Budowa tensometrycznego czujnika oporowego i istota pomiaru odkształceń

Zasady pomiaru odkształceń za pomocą tensometrii oporowej

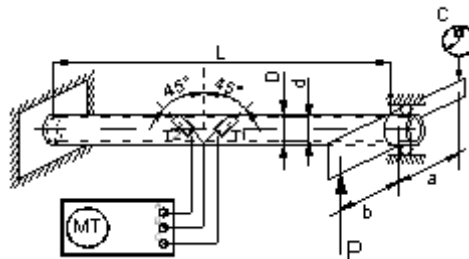
Instrukcje: 1. Rachunek błędów

2. Aproksymacja liniowa

Wyznaczanie modułu Kirchhoffa (moduł odkształcenia postaciowego) metodą mechaniczną i metodą tensometrii elektrooporowej.



1. Schemat układu pomiarowego



2. Kolejność czynności

- 2.1. Pomierzyć wielkości a , b , l przymiarem z dokładnością do 1mm i średnice wewnętrzne d_1 , d_2 oraz zewnętrzne D_1 , D_2 suwmiarką w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach. Określić dokładność pomiaru (Δa , Δb , Δl , Δd , ΔD). Wyniki pomiarów wpisać do protokołu.
- 2.2. Ustawić czujnik mechaniczny C wg schematu pomiarowego
- 2.3. Podłączyć tensometry do mostka wg schematu pomiarowego
- 2.4. Uruchomić mostek wg instrukcji obsługi mostka TT3B.
- 2.5. Ustawić stałą mostka K_M zbliżoną do wartości stałe tensometru.
- 2.6. Przeprowadzić równoważenie mostka tensometrycznego.
- 2.7. Wykonać odczyt A_0 z mostka tensometrycznego i zerowy odczyt C_0 z czujnika mechanicznego.
- 2.8. Przyłożyć obciążenie 50 N pokręcając pokrętkę obciążnika umieszczone poniżej belki oporowej. Wartości siły odczytujemy z siłomierza pałkowego wykorzystując czujnik zegarowy i odpowiedni nomogram.

2.9. Zrównoważyć mostek pokrętłami oporników oraz wykonać odczyty wskazań mostka A_i i czujnika mechanicznego C_i .

2.10. Zwiększając obciążenie co 50 N czynności 2.8. i 2.9. powtórzyć 5 razy do obciążenia 250 N.

3. Opracowanie wyników badań

3.a. Metoda mechaniczna

Na podstawie wskazań czujnika można określić kąt skręcenia pręta

$$\varphi_i = \frac{C_i}{a} \quad /1/$$

Z teorii skręcania swobodnego wynika, że przesunięcie przy powierzchni zewnętrznej pręta wynosi:

$$\gamma_i = \frac{\varphi_i D}{2l} \quad /2/$$

a naprężenia styczne na powierzchni zewnętrznej wynoszą:

$$\tau_i = \frac{16P_i D b}{\Pi(D^4 - d^4)}, \quad /3/$$

a stąd moduł Kirchhoffa dla i-tego pomiaru wynosi

$$G_i = \frac{32P_i a b l}{\Pi C_i (D^4 - d^4)} \quad /4/$$

Dla wielu pomiarów najlepsze przybliżenie liniowe można znaleźć z metody najmniejszych kwadratów. Na podstawie instrukcji „Aproksymacja liniowa” jego wartość wynosi:

$$G = \frac{48abl}{\Pi(D^4 - d^4)C_N^3} \left[\sum_{i=1}^{N-1} P_i C_i (C_{i+1} - C_{i-1}) + P_N C_N (C_N - C_{N-1}) \right] \quad /5/$$

Wartość modułu Kirchhoffa (wzór /4/) wyznaczamy pośrednio przez pomiar wielkości (a, b, D, C_i , P_i). Błąd względny i bezwzględny modułu Kirchhoffa obliczamy zgodnie z instrukcją rachunku błędów. Dla wielu pomiarów błąd badanej wielkości wyznaczamy jako maksymalny błąd z błędów wszystkich pomiarów.

3.b. Metoda elektrooporowa

Dla poszczególnych pomiarów wartości posunięcia obliczamy ze wzoru:

$$\gamma_i = \frac{K_M}{K_t} (A_i - A_0) \quad /6/$$

gdzie: K_t - stała tensometrów

K_M - stała mostka tensometrycznego

A_0 - odczyt z mostka dla zerowego obciążenia

A_i - odczyt z mostka dla i-tego obciążenia

Naprężenia styczne wynoszą jak w pkt. 3.a.

Moduł Kirchhoffa należy wyznaczyć ze wzoru:

$$G_i = \frac{6P_i D K_t b}{\Pi K_M (A_i - A_0) (D^4 - d^4)} \quad /7/$$

Dla wielu pomiarów /N/ najlepsze przybliżenie liniowe można znaleźć z metody najmniejszych kwadratów (jak w pkt. 3.a.) jego wartość wynosi:

$$G_i = \frac{24DK_t b}{\pi K_M (D^4 - d^4) R_N^3} \left[\sum_{i=1}^{N-1} P_i R_i (R_{i+1} - R_{i-1}) + P_N R_N (R_N - R_{N-1}) \right] / 8 /$$

gdzie $R_i = A_i - A_0$.

Wartości modułu Kirchhoffa (wzór /7/) wyznaczamy pośrednio przez pomiar wielkości (b, K_t , K_M , d, D, P_i , A_i).

Błąd bezwzględny i względny modułu Kirchhoffa obliczamy zgodnie z instrukcją rachunku błędów.

Dla wielu pomiarów błąd badanej wielkości wyznaczamy jako maksymalny błąd z błędów wszystkich pomiarów.

4. Sprawozdanie winno zawierać:

- 4.1. Protokół z ćwiczenia
- 4.2. Obliczenie rachunkowe modułu Kirchhoffa (dwie metody)
- 4.3. Rachunek błędów
- 4.4. Porównanie obu metod

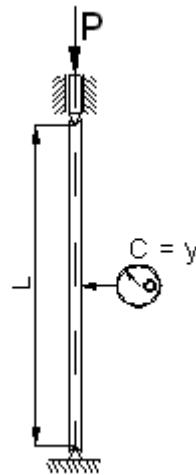
5. Literatura

- A. Jakubowicz , Z. Orłoś - „Wytrzymałość Materiałów”
M. Banasiak - „Ćwiczenia laboratoryjne z Wytrzymałości Materiałów”
Skrećanie prętów

Wyznaczanie siły krytycznej metodą Southwella



1. Schemat układu pomiarowego.



2. Kolejność czynności.

- 2.1. Wyznaczyć charakterystyczne wymiary przekrojów poprzecznych próbki z dokładnością do 0.05mm oraz wymiary podłużne próbki z dokładnością do 1mm.
- 2.2. Przygotować maszynę wytrzymałościową do pracy w zakresie do 10kN.
- 2.3. Osadzić próbkę w maszynie ustawiając jej końce w specjalnych przegubowych uchwytach w taki sposób, aby unieruchomić pręt.
- 2.4. Ustawić czujnik zegarowy w płaszczyźnie wybożenia pręta.
- 2.5. Przystąpić do obciążenia próbki. Proces winien składać się z 5-10 cykli.
- 2.6. Po każdym obciążeniu dokonać odczytu wskazań czujników zegarowych. Wyniki wpisać do protokołu.

3. Opracowanie wyników badań.

- 3.1. Przesunięcia y belki zginanej wskazuje czujnik zegarowy.
- 3.2. Korzystając z metody Southwella wartość siły krytycznej można wyznaczyć jako odwrotność współczynnika kierunkowego prostej w układzie współrzędnych $(y, y/P)$.
- 3.3. Mając pomierzone siły P_i i odpowiadające im przesunięcia y_i najlepsze przybliżenie liniowe siły krytycznej otrzymamy posługując się metodą aproksymacji liniowej.
- 3.4. Analityczne określenie wartości siły krytycznej metodą energetyczną ze wzoru:

$$P_{KR} = \min_0^L \frac{\int_0^L EJ(x)(w'')^2 dx}{\int_0^L (w')^2 dx}$$

wymaga pomierzenia tylko wymiarów geometrycznych próbki dla ustalenia funkcji momentu bezwładności $J(x)$. Pozostałe wielkości to:

E - moduł Younga materiału badanej próbki (przyjęty wg tablic)

$w(x)$ - przybliżone funkcje ugięcia belki, przyjęte w taki sposób, aby spełniały warunki brzegowe co najmniej klasy C_4 (np. wielomian czwartego rzędu, funkcja sinus).

4. Sprawozdanie winno zawierać.

- 4.1. Protokół z ćwiczenia.
- 4.2. Doświadczalne określenie siły krytycznej.
- 4.3. Analityczne określenie siły krytycznej.

- 4.4. Ilustrację graficzną otrzymanych wyników pomiarów przedstawiającą punkty w prostokątnym układzie współrzędnych (y , y/P), oraz przebieg funkcji aproksymującej.
- 4.5. Porównanie wyników.

5. Literatura:

A. Jakubowicz , Z. Orłoś - „Wytrzymałość Materiałów”

Sprężyste wyboczenia pręta

Energetyczna metoda wyznaczania siły krytycznej dla wyboczenia sprężystego

M. Banasiak - „Ćwiczenia laboratoryjne z wytrzymałości materiałów”

Instrukcja „Aproksymacja liniowa”