

# Wytrzymałość materiałów II

## kierunek Budownictwo, sem. IV

materiały pomocnicze do ćwiczeń

opracowanie: dr inż. Irena Wagner, mgr inż. Jolanta Bondarczuk-Siwicka

### TREŚĆ WYKŁADU

Sprężyste skręcanie prętów pryzmatycznych. Deplanacja. Funkcja naprężeń Prandtla. Analogia membranowa i hydromechaniczna. Typowe przekroje. Przekrój cienkościenny otwarty. Przekrój cienkościenny zamknięty. Statycznie niewyznaczalne przypadki skręcania. Skręcanie sprężysto-plastyczne. Nośność graniczna prętów skręcanych. Hipotezy wyężenia materiału. Zagadnienia wytrzymałości złożonej. Wpływ sił poprzecznych na ugięcie. Teoria II rzędu ugięcia belki. Stateczność prętów ściskanych.

### LITERATURA

Jakubowicz A., Orłoś Z., Wytrzymałość materiałów  
Piechnik S., Wytrzymałość materiałów dla wydziałów budowlanych  
Jastrzębski P., Mutermilch J., Orłowski W., Wytrzymałość materiałów  
Banasiak M., Grossman K., Trombski M., Zbiór zadań z wytrzymałości materiałów  
Grabowski J., Iwanczewska A., Zbiór zadań z wytrzymałości materiałów  
Orłowski W., Słowański L., Wytrzymałość materiałów, Przykłady obliczeń

## **PROGRAM ĆWICZEŃ PROJEKTOWYCH**

1. Statycznie wyznaczalne i niewyznaczalne sprężyste skręcanie prętów pryzmatycznych.
2. Nośność graniczna prętów skręcanych.
3. Wytrzymałość złożona.
4. Wpływ sił poprzecznych na ugięcie belki.
5. Stateczność prętów ściskanych.

## **PROGRAM ĆWICZEŃ LABORATORYJNYCH**

5 ćwiczeń laboratoryjnych wybranych z poniższej listy tematów:

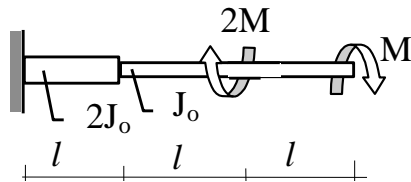
- Próba rozciągania.
- Próba ściskania.
- Wyznaczanie siły krytycznej.
- Wyznaczanie środka sił poprzecznych i sztywności skręcania.
- Wyznaczanie naprężeń wycinkowych.
- Wyznaczanie stałych sprężystości.
- Wyznaczanie stałych tensometru.
- Wyznaczanie naprężeń dynamicznych.
- Wyznaczanie częstości drgań własnych.
- Wyznaczanie twardości.

## Zadania przykładowe

### Sprężyste skręcanie prętów pryzmatycznych

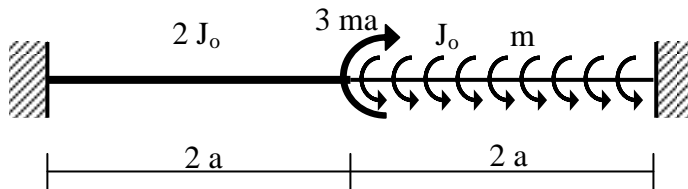
Zadanie 1.

Narysować rozkład momentu skręcającego i kąta skręcenia w funkcji  $J_o$ ,  $M$ ,  $G$ ,  $l$ .



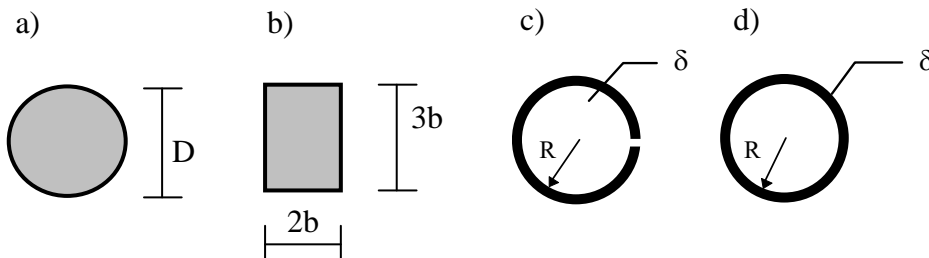
Zadanie 2.

Obliczyć maksymalne naprężenia styczne i maksymalny kąt skręcenia przekroju pręta skręcanego pokazanego na rysunku.



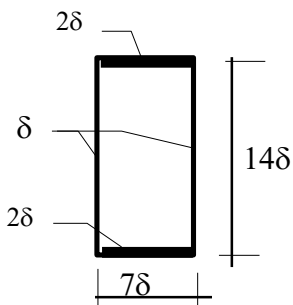
Zadanie 3.

Obliczyć  $J_o$  oraz  $W_o$  prętów o przekrojach a), b), c), d). Porównać sztywność na skręcanie przekrojów cienkościennych (otwartego i zamkniętego) przyjmując  $R=10\delta$ .



Zadanie 4.

Obliczyć maksymalne naprężenia styczne  $\tau$  dla podanego przekroju obciążonego momentem skręcającym  $M_S = 1500 \text{ Nm}$ , jeśli  $G = 8.1 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$  i  $\delta = 0.5 \text{ cm}$ .



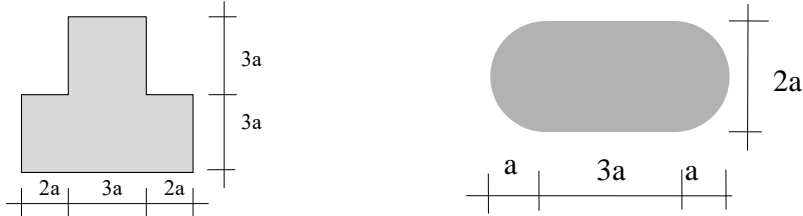
Jeśli przekraczają one wartość naprężeń dopuszczalnych  $\tau_{\text{dop}} = 100 \text{ MPa}$ , wyznaczyć dopuszczalne obciążenie tego przekroju.

## Nośność graniczna prętów skręcanych

---

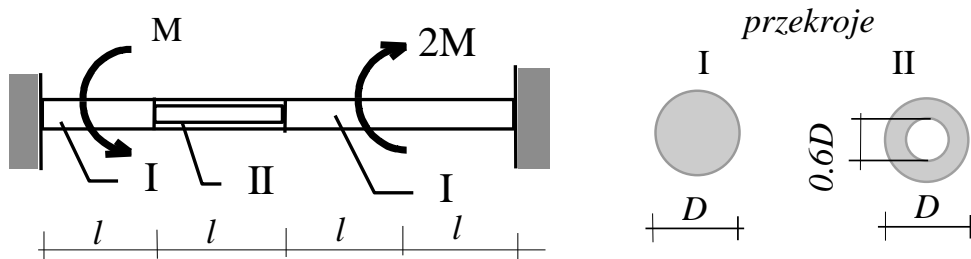
Zadanie 1.

Obliczyć graniczny moment skręcający przy pełnym uplastycznieniu przekroju dla przypadków prętów: okrągłego, prostokątnego, trójkątnego oraz przekrojów pokazanych na rysunku:



Zadanie 2.

Wyznaczyć obciążenie graniczne dla pręta o zadanym schemacie statycznym przy ustalonych naprężeniach  $\tau_{pl}$ .



## Hipotezy wyężenia materiałów. Zagadnienia wytrzymałości złożonej.

### Zadanie 1.

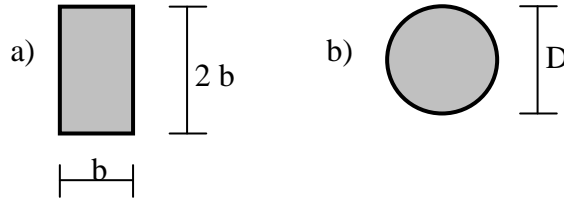
Dla zadanych sił przekrojowych  $N = 800 \text{ kN}$ ,  $M_s = 150 \text{ kNm}$ ,  $M_{gy} = 300 \text{ kNm}$ ,  $M_{gz} = 80 \text{ kNm}$ . określić maksymalne naprężenia zredukowane dla prętów o przekroju: a) prostokątnym, b) kołowym, według hipotez: maksymalnych naprężeń stycznych i energetycznej. Wskazać punkt (punkty), gdzie one występują.

współczynniki skręcania przekroju a)

$$\alpha = 0,493, \beta = 0,457, \gamma = 0,795$$

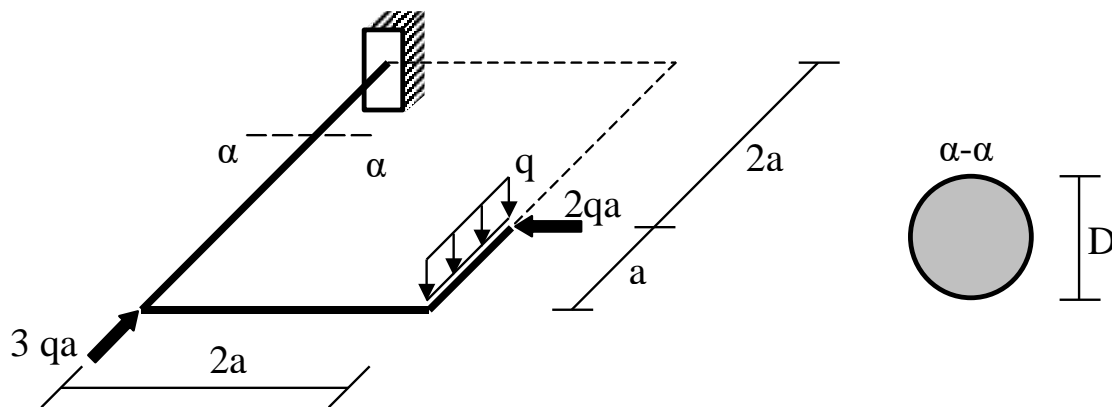
$$\tau_{\max} = M_s / W_s$$

$$W_s = \alpha b^3 \quad J_s = \beta b^4 \quad \tau^* = \gamma \tau_{\max}$$



### Zadanie 2.

Narysować wykresy sił przekrojowych. Zaprojektować wymiar przekroju poprzecznego pręta wg hipotezy Tresci. Przeprowadzić dyskusję na temat wpływu sił tnących na wyniki obliczeń.

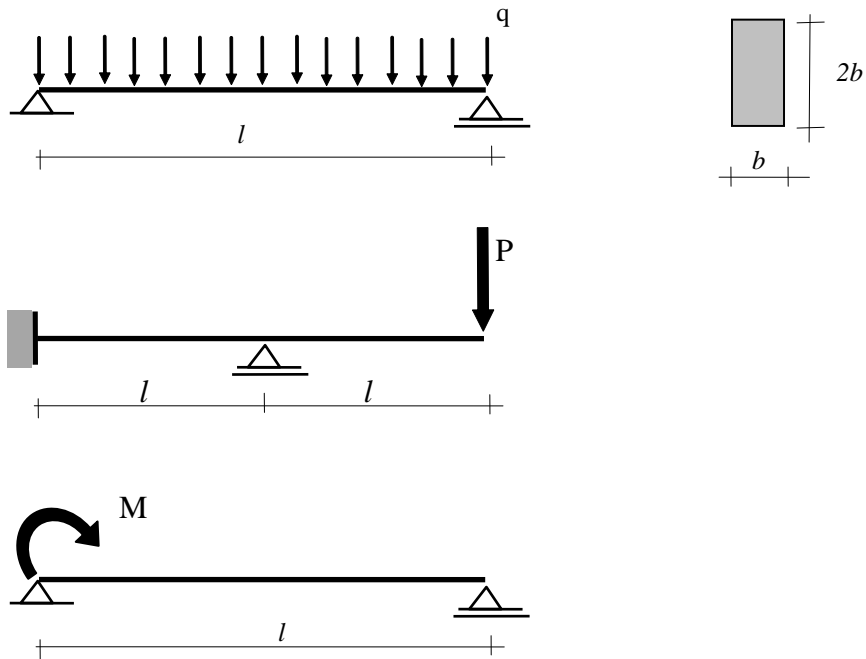


## Wpływ sił poprzecznych na ugięcie belki

---

Zadanie 1.

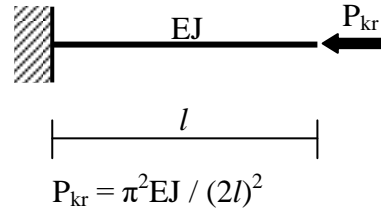
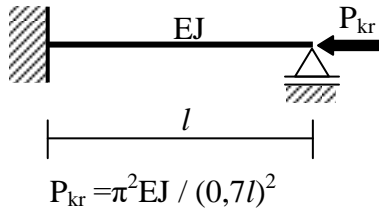
Wyznaczyć równanie linii ugięcia belki o zadanym przekroju poprzecznym z uwzględnieniem wpływu siły tnącej



## Stateczność prętów ściskanych

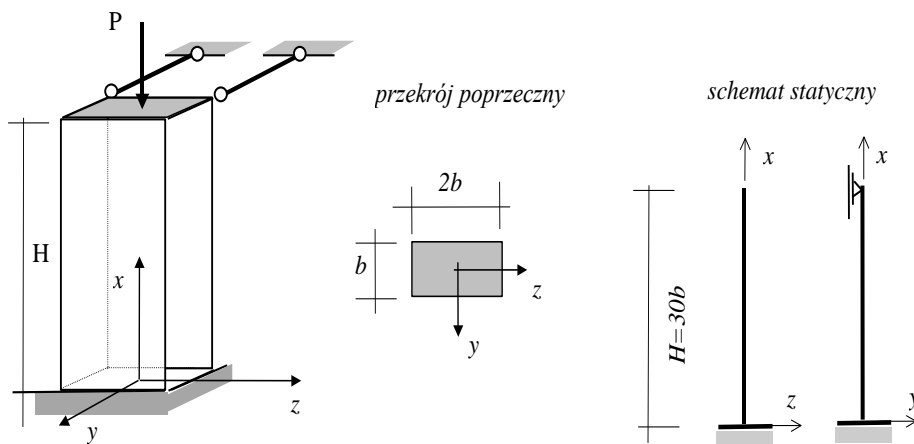
Zadanie 1.

Udowodnić, że wartość siły krytycznej wynosi:



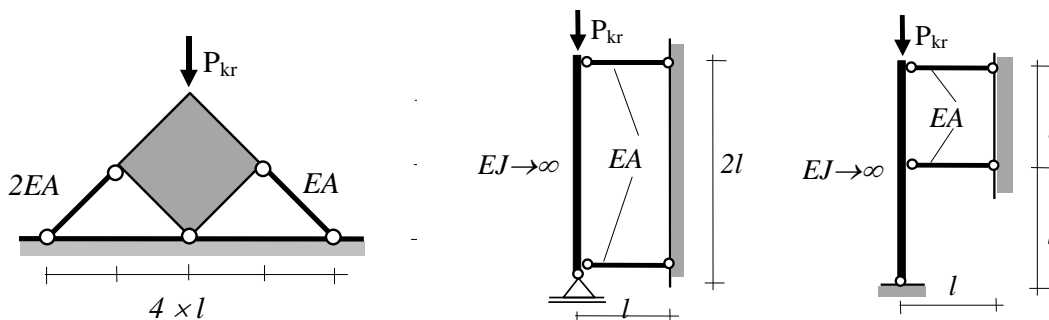
Zadanie 2.

Określić w której płaszczyźnie nastąpi wyoboczenie słupa; przy jakiej sile krytycznej?



Zadanie 3.

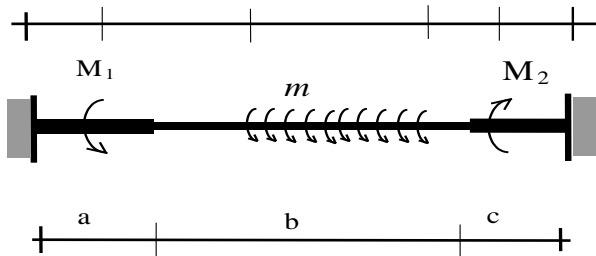
Wyznaczyć siłę krytyczną dla układu prętowego



## Przykładowe ćwiczenia projektowe

### zadanie 1 Skręcanie prętów

Dobrać potrzebną średnicę wału skręcanego z warunku wytrzymałości. Sporządzić wykres kąta skręcenia dla przyjętej średnicy.



Dane:

$G =$

$\tau_{dop} =$

$M_1 =$

$M_2 =$

$m =$

$a =$

$b =$

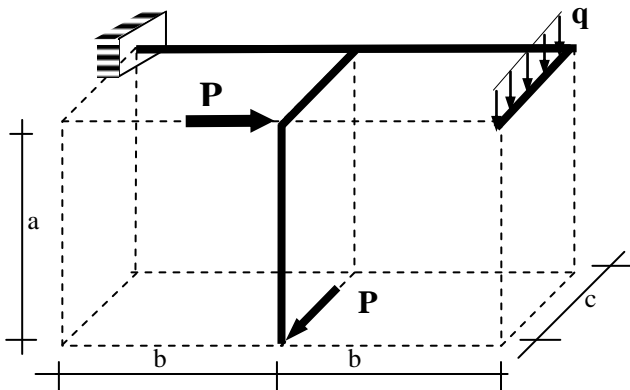
$c =$

### zadanie 2 Wytrzymałość złożona

Narysować wykresy sił przekrojowych. Wskazać niebezpieczne przekroje belki.

Zaprojektować średnicę kołowego przekroju poprzecznego, wykorzystując hipotezy:

- a) maksymalnych naprężeń stycznych
- b) energetyczną.



Dane

$P =$

$q =$

$a =$

$b =$

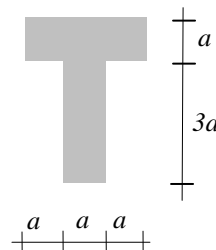
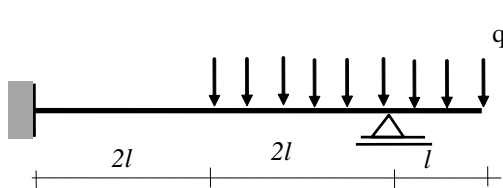
$c =$

$G =$

$k_t =$

### zadanie 3 Wpływ siły poprzecznej na ugięcie

Wyznaczyć równania i wykresy ugięcia, momentu zginającego i siły poprzecznej belki o podanym schemacie. Obliczyć strzałkę ugięcia (określić położenie) i porównać jej wartość z wartością maksymalnego ugięcia obliczonego z pominięciem siły poprzecznej.



Dane:

$E =$

$G =$

$q =$

$l =$

$a =$

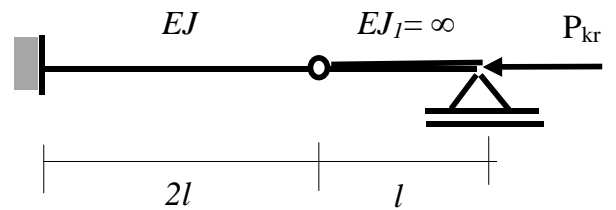
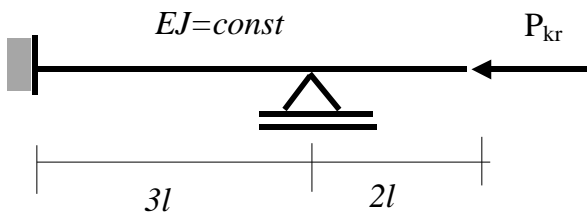
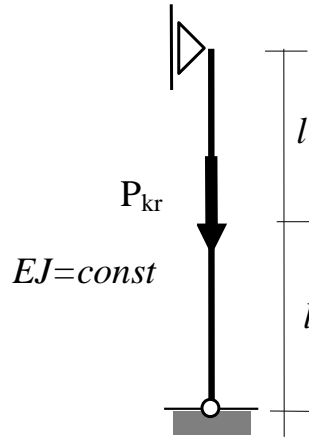
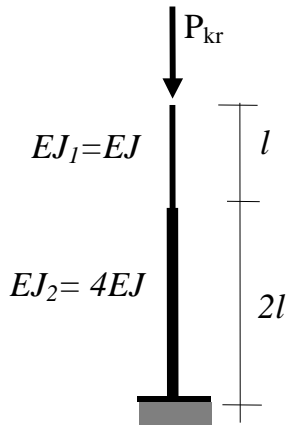


#### zadanie 4 Stateczność pretów ściskanych

Wyznaczyć siłę krytyczną belki o podanym schemacie:

- metodą analityczną
- metodą energetyczną dla dwóch różnych funkcji linii ugięcia.

Porównać otrzymane rozwiązania.



## Ćwiczenia laboratoryjne

Wyznaczanie stałych sprężystości – modułu Younga i wsp. Poissona.  
Wyznaczanie stałych tensometru.



Wyznaczanie sztywności skrętnej pręta.  
Wyznaczanie modułu Kirchoffa.



Wyznaczanie naprężeń dynamicznych.  
Wyznaczanie częstości drgań własnych belki.



Próba rozciągania. Próba ściskania.  
Wyznaczanie siły krytycznej.



Wyznaczanie środka sił poprzecznych.  
Wyznaczanie naprężeń wycinkowych.



Wyznaczanie twardości.



Opisy tych ćwiczeń oraz stanowisk badawczych znaleźć można w programie przedmiotów:  
Wytrzymałość materiałów (st. dzienne, Inżynieria Środowiska ) (str. 8-15) [otwórz](#)  
Mechanika techniczna (st. zaoczne, Inżynieria Środowiska) (str. 6-15) [otwórz](#)