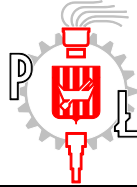


**KATEDRA MECHANIKI  
MATERIAŁÓW  
POLITECHNIKA ŁÓDZKA**



**DEPARTMENT OF MECHANICS  
OF MATERIALS  
TECHNICAL UNIVERSITY OF ŁÓDŹ**

**Al. Politechniki 6, 93-590 Łódź, Poland, Tel/Fax (48) (42) 631 35 51**

**Mechanika Budowli**  
**Inżynieria Środowiska, sem. III**  
materiały pomocnicze do ćwiczeń

opracowanie  
prof. dr hab. inż. Bogdan Rogowski  
mgr inż. Wiesław Kaliński  
mgr inż. Marcin Pawlik

Łódź, wrzesień 2003

Formy zajęć  
i liczba godzin

Semestr	w	ć	l	p	s	Liczba punktów
III	2 e	1	1	2	0	8

## TREŚĆ WYKŁADU

<i>Temat zajęć</i>	<i>ilość godz.</i>
Podstawowe założenia wytrzymałości materiałów, zadania i zakres przedmiotu.	1
Siły przekrojowe w układach prętowych statycznie wyznaczalnych. Belki i ramy.	2
Charakterystyki geometryczne figur płaskich. Wzory Steinera.	2
Główne kierunki i główne momenty bezwładności.	2
Naprężenie i odkształcenie. Prawo Hooke'a .	1
Rozciąganie i ściskania: naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia.	2
Układy statycznie wyznaczalne i niewyznaczalne	2
Skrećanie prętów o przekrojach okrągłych.	2
Zginanie czyste, proste i ukośne.	2
Zginanie nierównomierne, naprężenia styczne.	2
Linia ugięcia belki, równania różniczkowe, warunki brzegowe. Metoda Mohra.	2
Mimośrodowe ściskanie, rdzeń przekroju.	1
Wyboczenie sprężyste i sprężysto – plastyczne prętów.	2
Hipotezy wyteżenia materiału. Projektowanie w złożonym stanie naprężenia.	2
Twierdzenia energetyczne, zastosowanie do zadań.	1
Metoda sił.	1
Metoda przemieszczeń.	2
Wymiarowanie przekrojów metodami stanów granicznych	1
Dynamika i reologia konstrukcji	2
<b>Razem:</b>	<b>28</b>

## LITERATURA:

1. Z. Dyląg , A. Jakubowicz, Z. Orłoś, Wytrzymałość materiałów, tom 1 i 2, WNT 1996
2. A. Jakubowicz, Z. Orłoś, Wytrzymałość materiałów, PWN 1984
3. J. Misiak, Mechanika techniczna. Statyka i wytrzymałość materiałów, tom1, WNT 1996
4. P. Jastrzębski, J. Mutermilch, W. Orłowski, Wytrzymałość materiałów, t. 1 i 2, Arkady 1986
5. W. Orłowski, L. Słowiański, Wytrzymałość materiałów. Przykłady obliczeń, Arkady 1978
6. J. Grabowski, A. Iwanczewska, Zbiór zadań z wytrzymałości materiałów, PW 1994

## Forma zaliczenia przedmiotu:

Zaliczenie kolokwium i zdanie egzaminu składającego się z części zadaniowej i teoretycznej.

### Program ćwiczeń audytoryjnych

<i>tydz.</i>	<i>Temat zajęć</i>	<i>ilość godz.</i>
1, 2	Wyznaczanie wykresów sił przekrojowych w belce i ramie	2
3	Główne kierunki i momenty bezwładności figury płaskiej. Koło Mohra	1
4	Statycznie niewyznaczalne układy rozciągane - ściskane	1
5	Skrećanie pręta, wykresy momentów i kątów skrećania, napreżenia styczne, projektowanie	1
6	Napreżenia normalne i styczne w belce zginanej	1
7	<b>Kolokwium I</b>	1
8	Projektowanie belki zginanej ukośnie	1
9	Linia ugięcia belki, równania różniczkowe i warunki brzegowe. Metoda Mohra	1
10	Napreżenia przy ściskaniu mimośrodowym. Rdzeń przekroju	1
11	Wyboczenie sprężyste i sprężysto – plastyczne. Wyznaczanie siły krytycznej	1
12	Projektowanie z uwzględnieniem hipotez wytrzymałościowych	1
13	Wymiarowanie metodą stanów granicznych; skrećanie i zginanie	1
14	<b>Kolokwium II</b>	1
<hr/>		
Razem:		14

### Program ćwiczeń projektowych

<i>tydz.</i>	<i>Temat zajęć</i>	<i>ilość godz.</i>
1, 2	Wyznaczanie wykresów sił przekrojowych w belce i ramie – <b>Projekt nr 1</b>	4
3	Główne kierunki i momenty bezwładności figury płaskiej. Koło Mohra	2
4	Statycznie niewyznaczalne układy rozciągane - ściskane – <b>Projekt nr 2</b>	2
5	Skrećanie pręta, wykresy momentów i kątów skrećania, napreżenia styczne, projektowanie	2
6	Napreżenia normalne i styczne w belce zginanej – <b>Projekt nr 3</b>	2
7	Projektowanie belki zginanej ukośnie	2
8	Obliczanie ugięć za pomocą metody Mohra – <b>Projekt nr 4</b>	2
9	Wyznaczenie rdzenia przekroju i napreżeń dla ściskania mimośrodowego	2
10	Obliczenie siły krytycznej z uwzględnieniem warunków podparcia	2
11, 12	Projektowanie w złożonym stanie napreżenia – <b>Projekt nr 5</b>	3
12, 13	Rozwiązanie układu statycznie niewyznaczalnego metodą sił	2
13, 14	Rozwiązanie układu statycznie niewyznaczalnego metodą przemieszczeń	3
<hr/>		
Razem:		28

## Ćwiczenia audytoryjne – zadania przykładowe

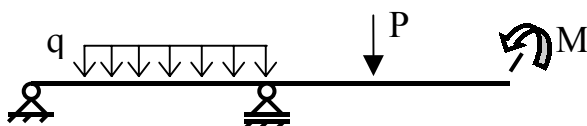
**Tydz. 1, 2** Wyznaczanie wykresów sił przekrojowych w belce i ramie

**2 godz**

Definicja sił przekrojowych, pisanie równań:  $T(x)=\dots$   $M(x)=\dots$

prezentacja zależności różniczkowych, rysowanie wykresów.

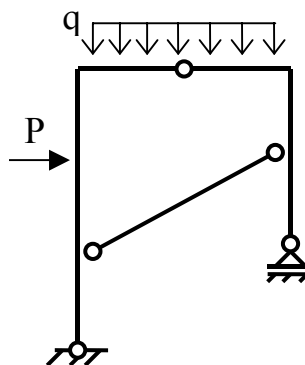
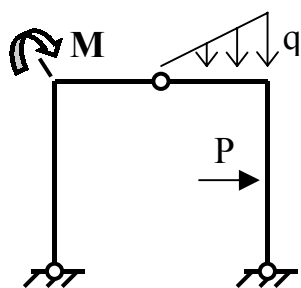
Belka jednoprzęsłowa (pisanie równań i rysowanie) - wieloprzęsłowa (rysowanie)



Obciążenia: - skupione (siłą i momentem) - rozłożone (równomierne i trójkątne)

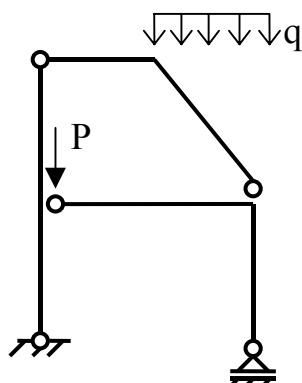
Rama 3-przegubowa,

i ze ściągiem,



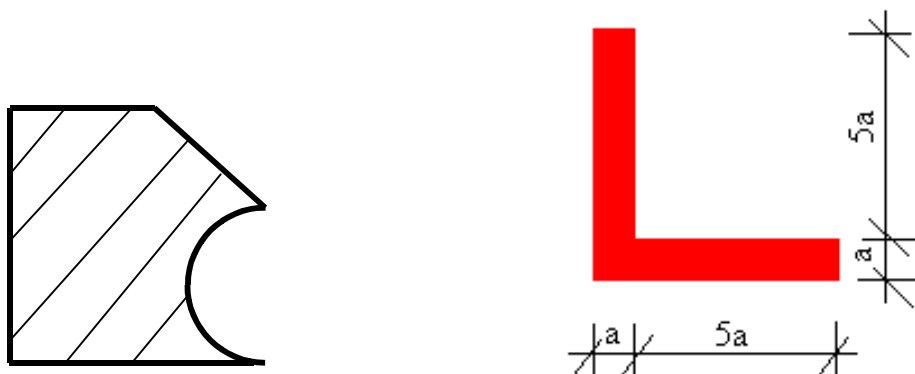
Obciążenia: - skupione (siłą i momentem) - rozłożone (równomierne i trójkątne)

Układ zamknięty. Obciążenie rozłożone na pręcie ukośnym. Sprawdzenie równowagi węzłów.



### Tydz. 3 Główne kierunki i momenty bezwładności figury płaskiej. Koło Mohra. 1 godz

Wypisanie wzorów na  $J_y$   $J_z$   $J_{yz}$  dla figur podstawowych: prostokąt, trójkąt, koło, półkoło,  $\frac{1}{4}$  koła. Wzory dla figur złożonych z figur podstawowych. Metoda pól ujemnych. Twierdzenie Steinera.

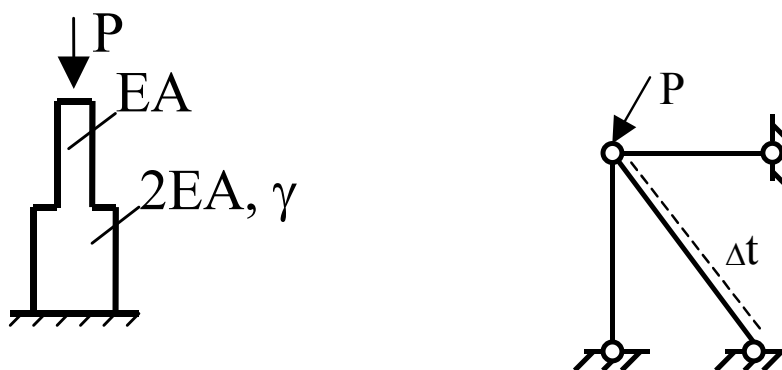


Ilustracja wyników za pomocą koła Mohra:

- 1) Znaleźć graficznie kier. główne i wartości momentów gł. mając dane  $J_y, J_z, J_{yz}$
- 2) Znaleźć wartości  $J_\xi, J_\eta, J_{\xi\eta}$  w obróconych osiach mając dane kier. główne i wartości mom. gł.

### Tydz. 4 Statycznie niewyznaczalne układy rozciągane – ściskane 1 godz

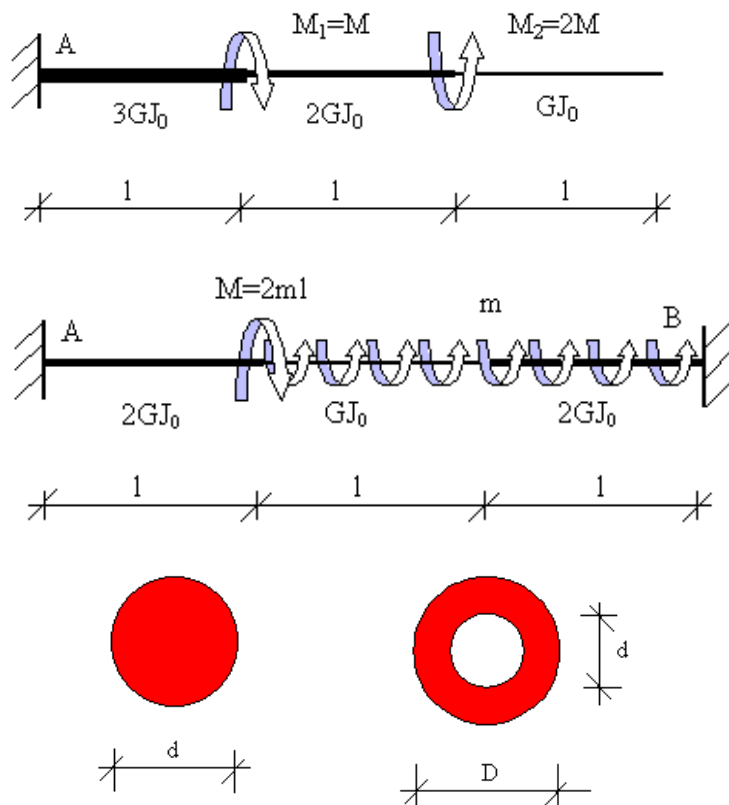
Pojęcie naprężenia, przemieszczenia i odkształcenia przy rozciąganiu / ściskaniu. Obciążenie siłą i temperaturą. Wzory. Wykresy:  $N, u, \sigma, \varepsilon$  Statycznie niewyznaczalny układ prętowy. Obciążenie siłą i temperaturą. Równania równowagi, związki fizyczne i geometryczne.



**Tydz. 5 Skręcanie: wykresy momentów i kątów skręcenia, naprężenia, projektowanie**

**1 godz**

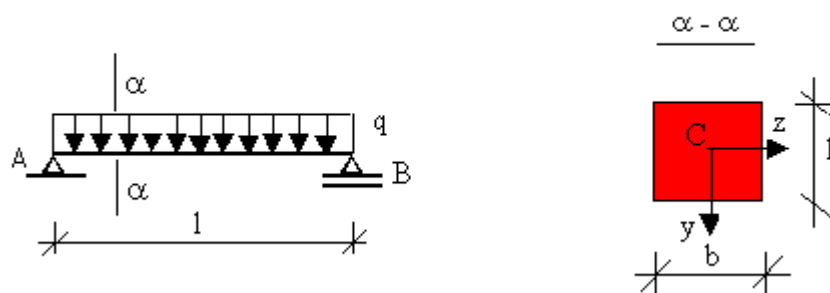
Sporządzić wykresy  $M_s$  i  $\varphi$



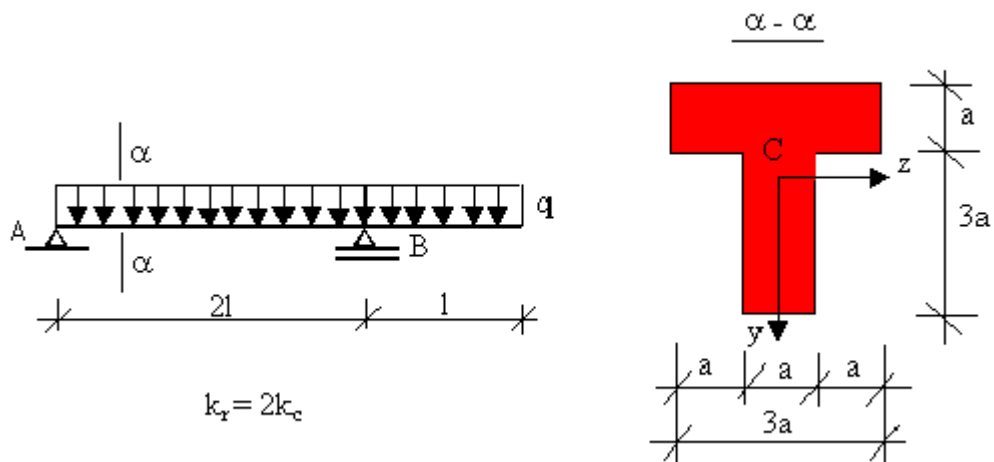
**Tydz. 6 Naprężenia normalne i styczne w belce zginanej**

**1 godz**

Sprawdzić naprężenia normalne. Zaprojektować wymiary poprzeczne przekroju belki



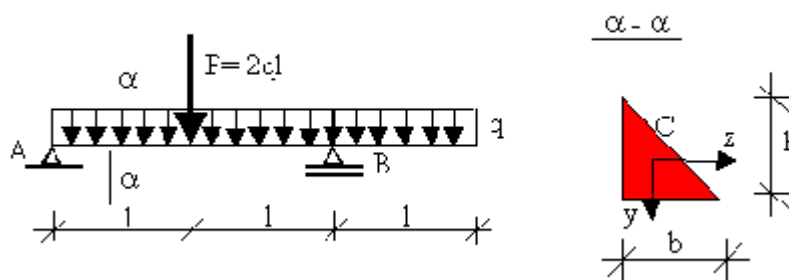
Sporządzić wykresy naprężeń stycznych



**Tydz. 7 Kolokwium 1 godz**

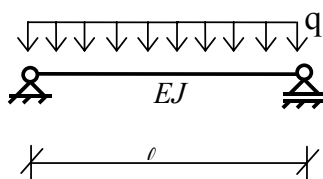
**Tydz. 8 Projektowanie belki zginanej ukośnie 1 godz**

Sprawdzić naprężenia normalne

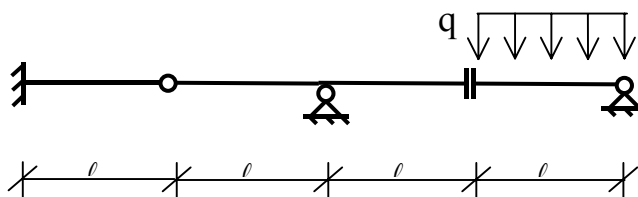


**Tydz. 9 Linie ugięcia belki 1 godz**

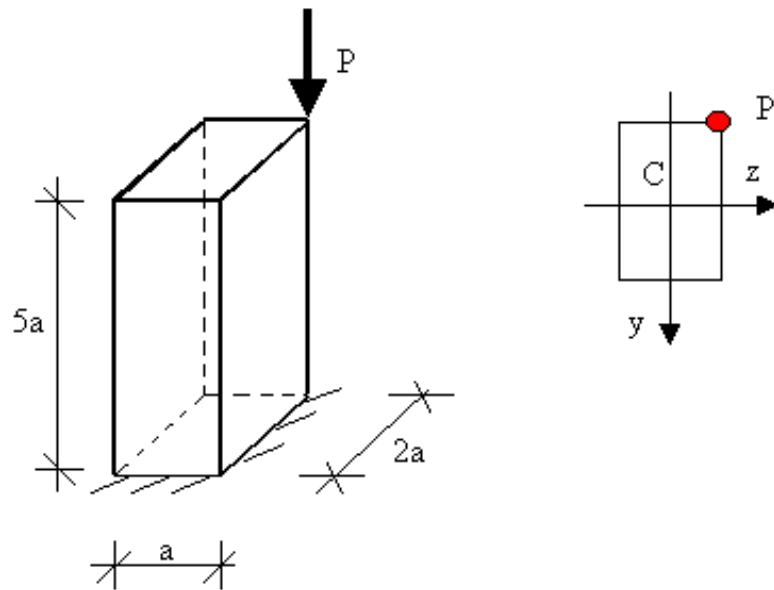
Całkowanie równania różniczkowego Eulera osi ugiętej belki.



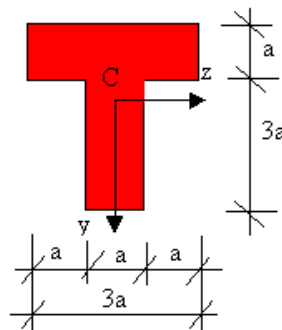
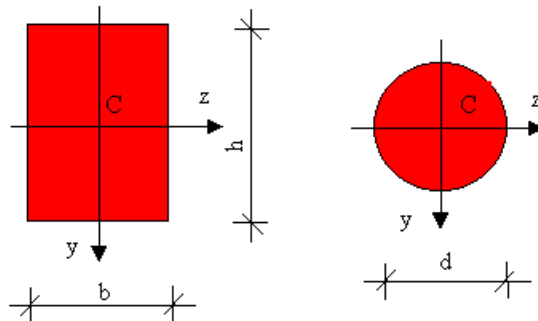
Belki złożone i belki o skokowo zmiennej sztywności - metoda Mohra



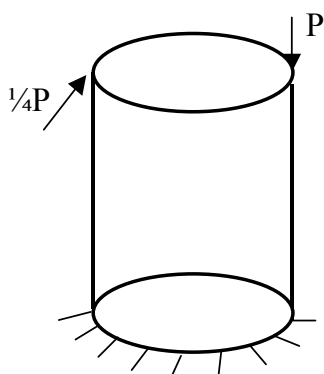
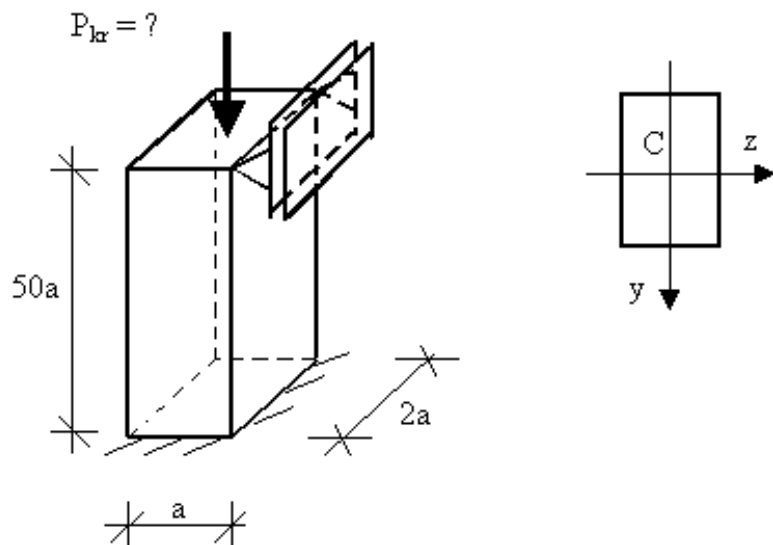
Narysować wykres naprężeń normalnych. Znaleźć położenie osi obojętnej i rdzeń przekroju



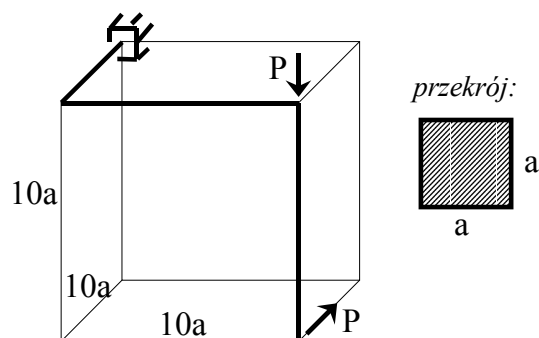
Wyznaczyć rdzeń przekroju





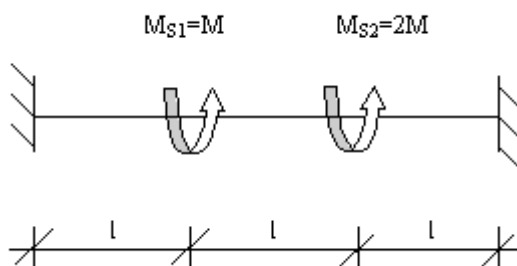


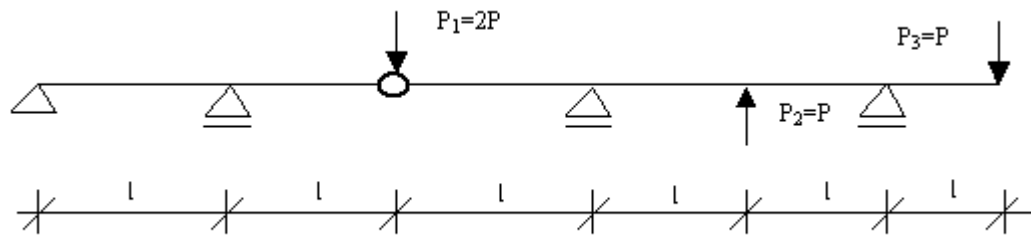
- wykresy naprężeń w zamocowaniu
- maksymalne  $\sigma_{red}$  wg Hubera



- wykresy naprężeń w zamocowaniu
- maksymalne  $\sigma_{red}$  wg Treski

Wyznaczyć obciążenie graniczne

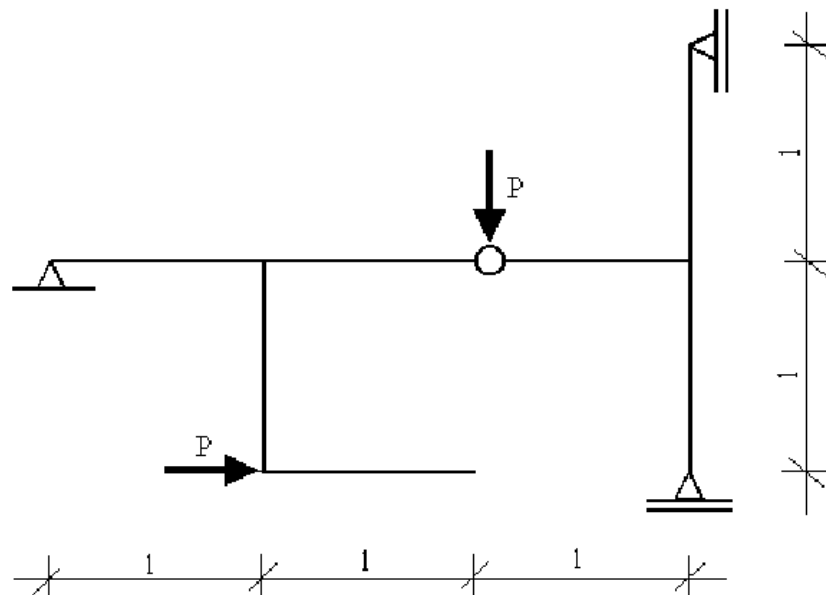
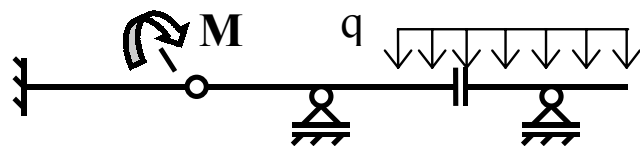
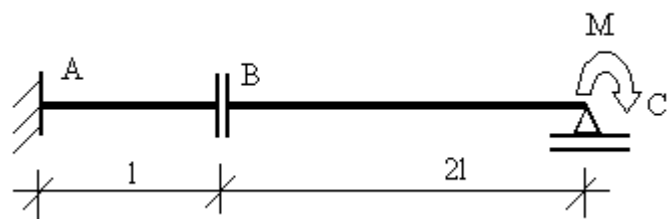
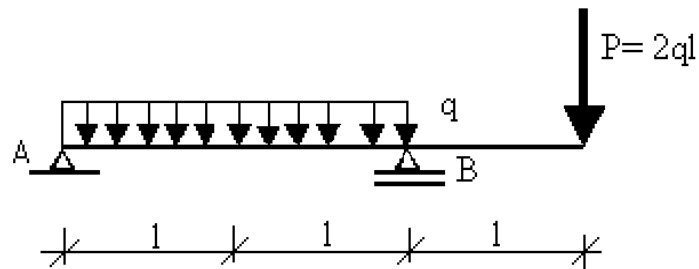


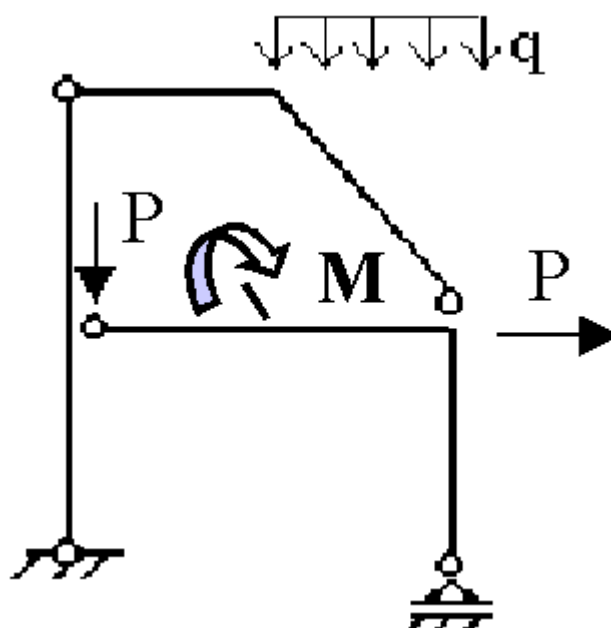
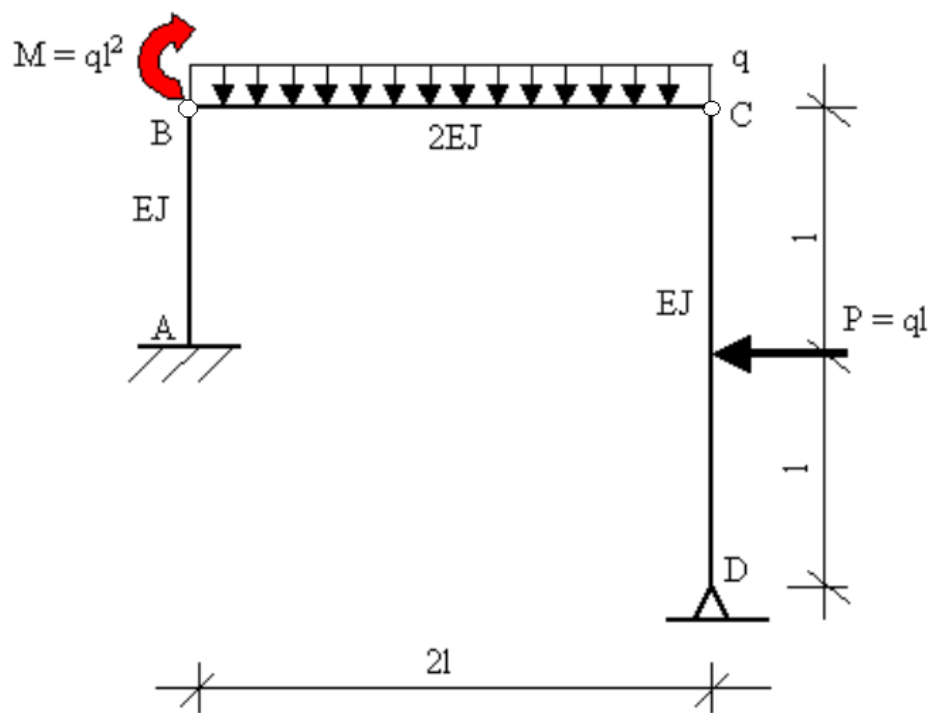


# Ćwiczenia projektowe – zadania przykładowe

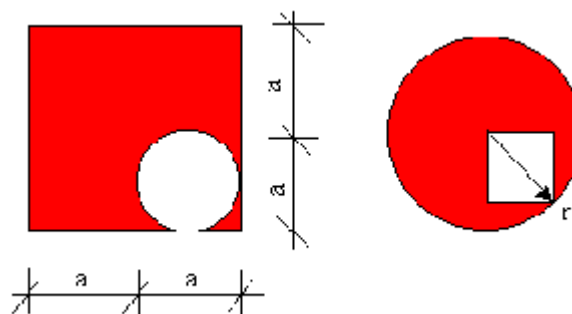
Tydz. 1, 2 Wyznaczanie wykresów sił przekrojowych w belce i ramie

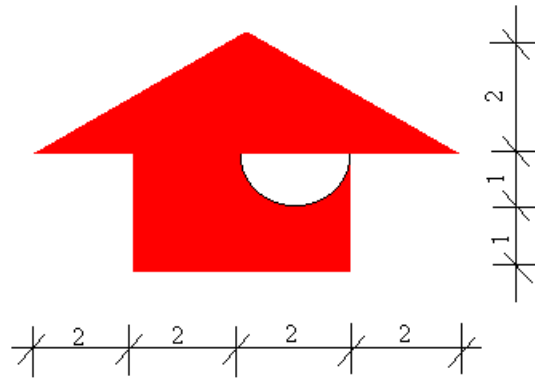
4 godz





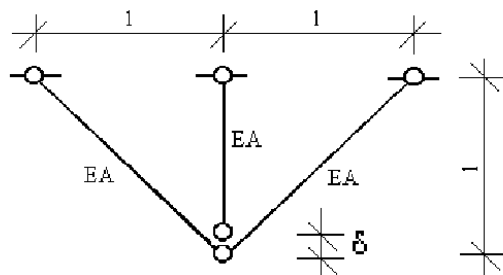
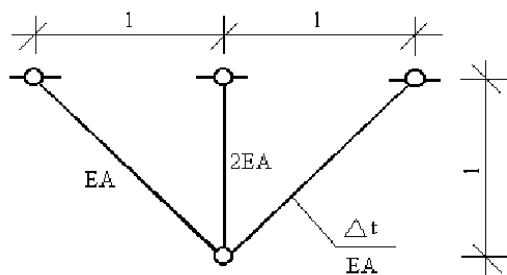
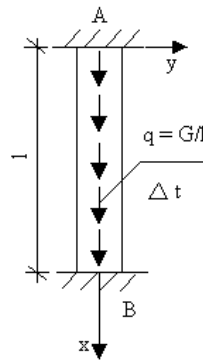
**Tydz. 3**    **Główne kierunki i momenty bezwładności figury płaskiej. Koło Mohra**    **2 godz**





**Tydz. 4 Statycznie niewyznaczalne układy rozciągane – ściskane**

**2 godz**

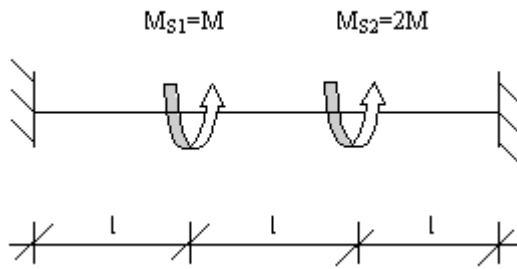
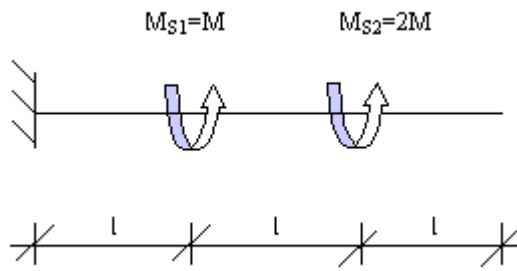


$\delta$  - błąd montażowy

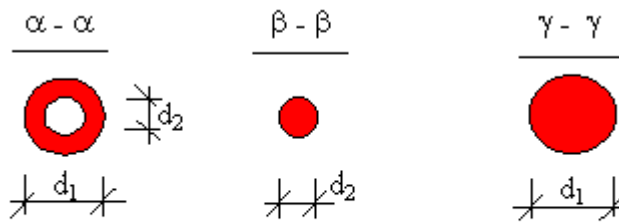
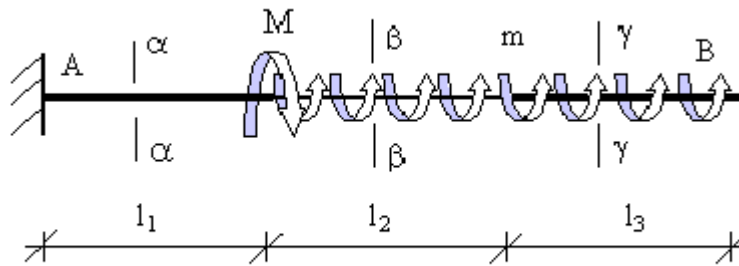
**Tydz. 5 Skręcanie: wykresy momentów i kątów skręcenia, naprężenia, projektowanie**

**2 godz**

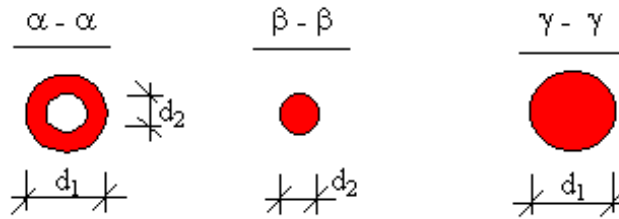
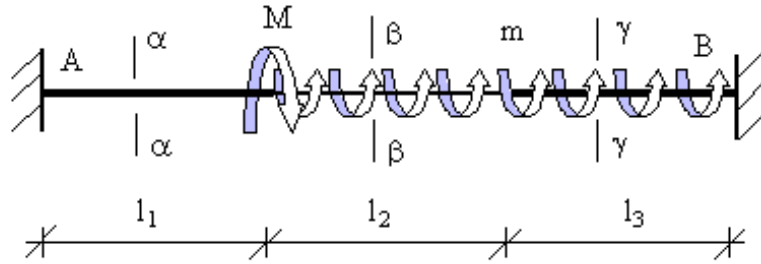
Sporządzić wykresy momentów i kątów skręcenia



Zaprojektować wymiary przekroju



$$d_1 = 2d_2$$

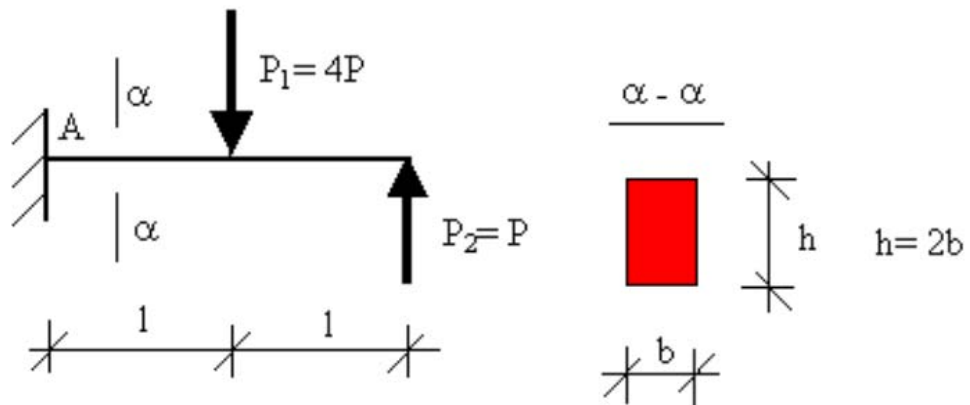


$$d_1 = 2d_2$$

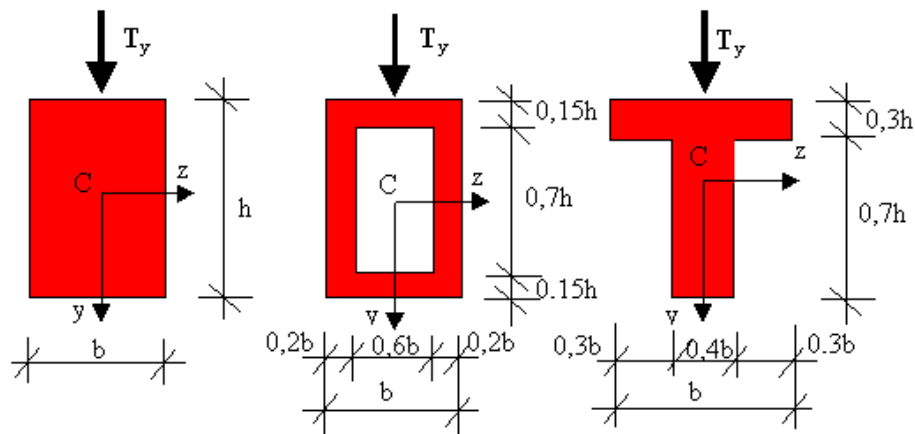
**Tydz. 6    Naprężenia normalne i styczne w belce zginanej**

**2 godz**

Sprawdzić naprężenia normalne. Zaprojektować wymiary poprzeczne przekroju belki



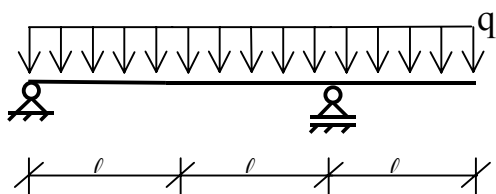
Sporządzić wykresy naprężeń stycznych



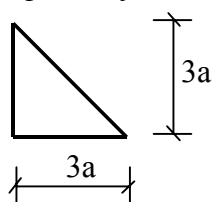
**Tydz. 7 Projektowanie belki zginanej ukośnie**

**2 godz**

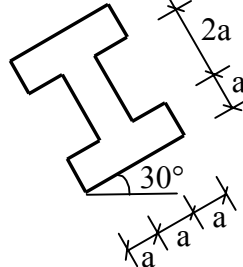
Wykres naprężeń jako suma wykresów od  $M_y$ ,  $M_z$ . Równanie osi obojętnej.



przekrój:

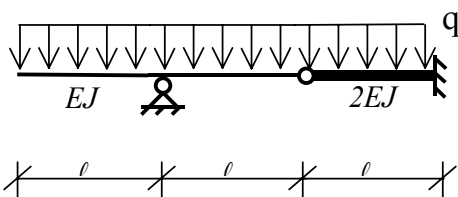
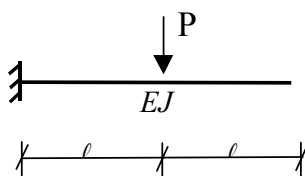


przekrój:

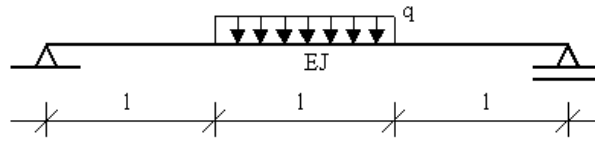
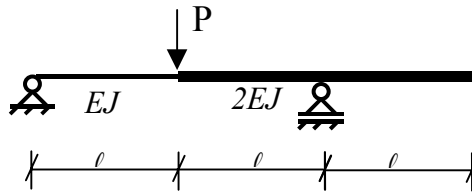


**Tydz. 8 Linie ugięcia belki (metoda Mohra)**

**2 godz**



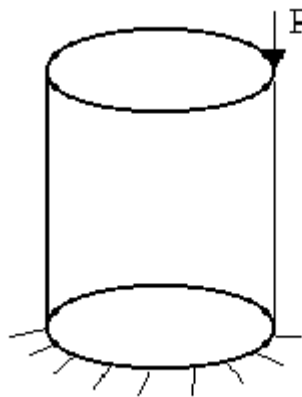




**Tydz. 9 Wyznaczenie rdzenia przekroju i naprężeń dla ściskania mimośrodowego**

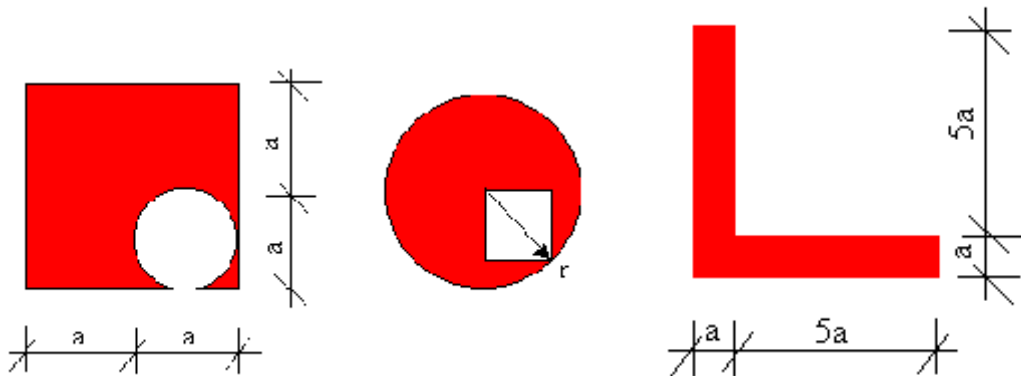
**2 godz**

Sporządzić



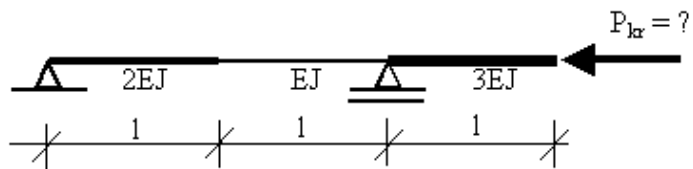
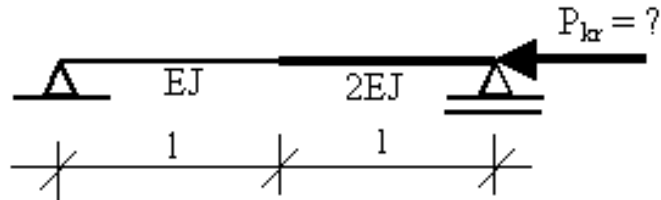
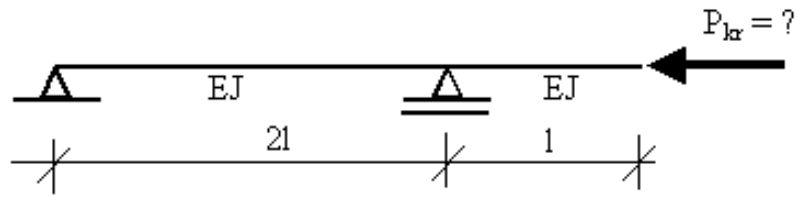
- wykresy naprężeń w zamocowaniu

Wyznaczyć rdzeń przekroju



**Tydz. 10 Obliczenie siły krytycznej z uwzględnieniem warunków podparcia**

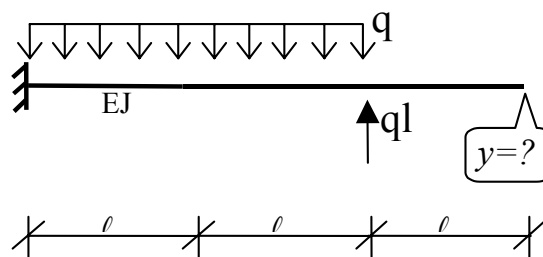
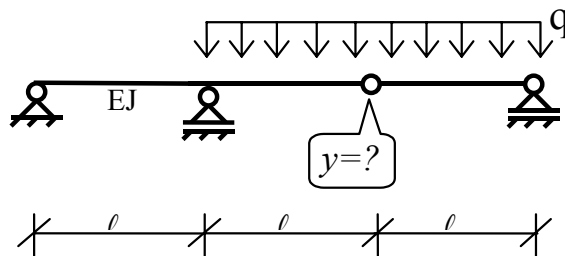
**2 godz**

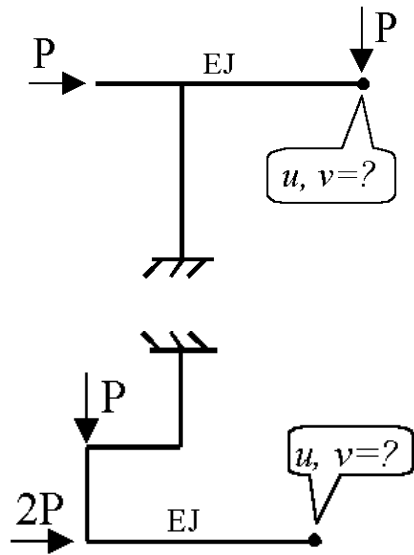


**Tydz. 11, 12 Projektowanie w złożonym stanie naprężenia**

**3 godz**

Przemieszczenia w statycznie wyznaczalnych układach prętowych. Metoda Maxwella-Mohra. Belki i ramy.



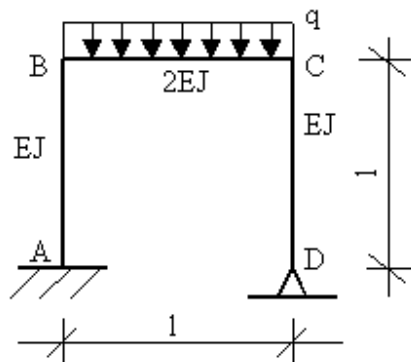
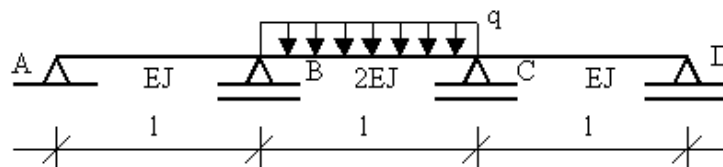
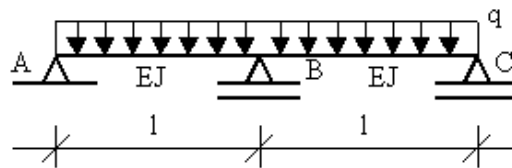


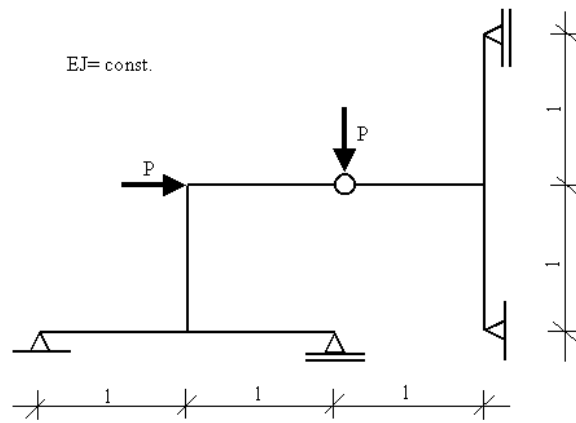
Tydz. 12, 13, 14 Rozwiązanie układu statycznie niewyznaczalnego metodą sił i metodą przemieszczeń 5 godz

---

### Metoda sił

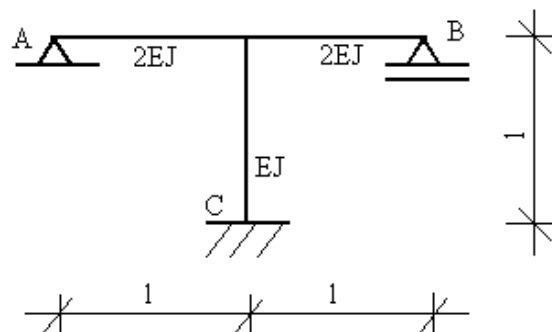
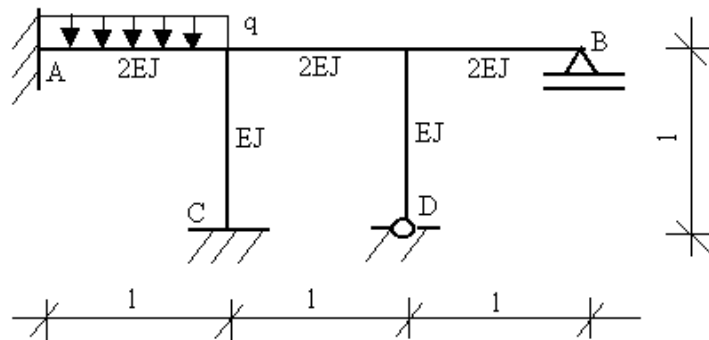
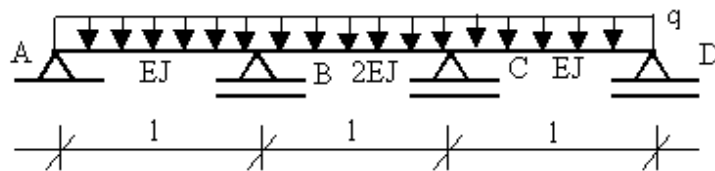
Równania kanoniczne metody sił. Układy 1 i 2 - krotnie statycznie niewyznaczalne.





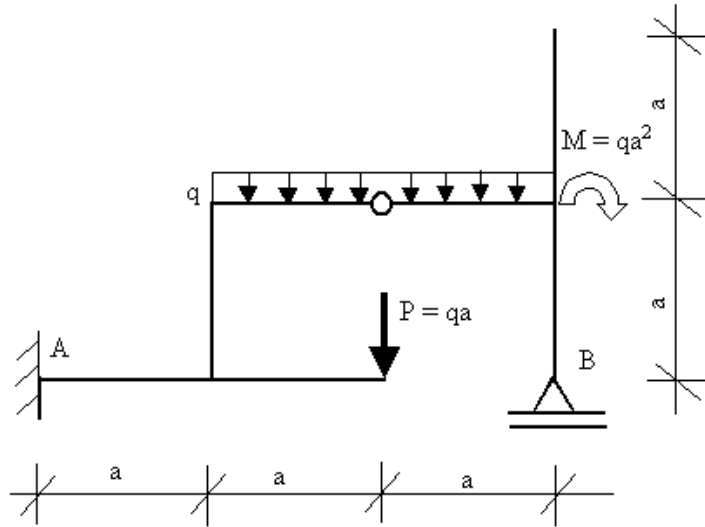
### Metoda przemieszczeń

Równania kanoniczne metody przemieszczeń. Wzory transformacyjne. Ramy nieprzesuwne.

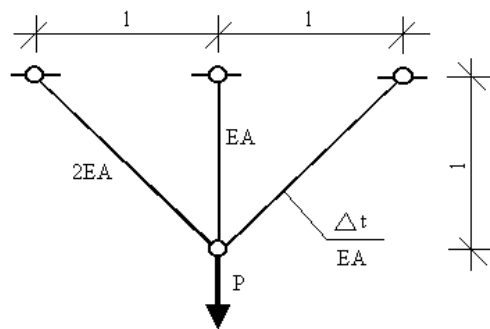


## Projekty – zadania przykładowe

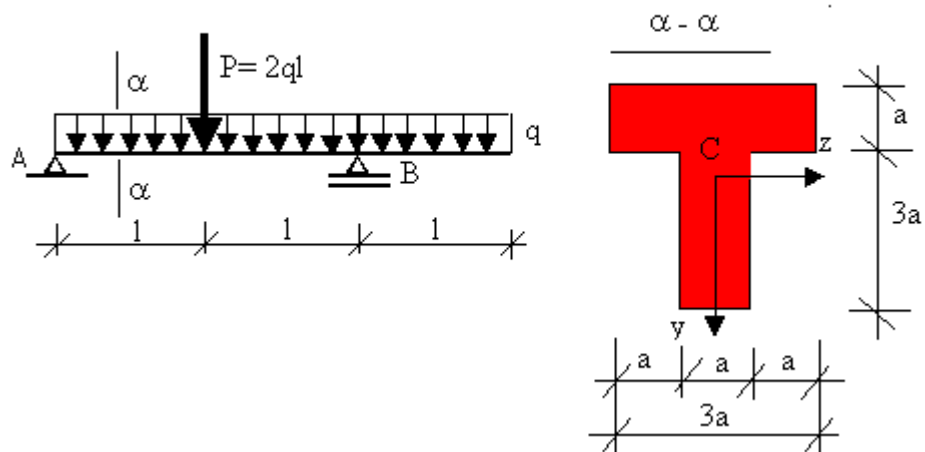
Projekt nr 1: Sporządzić wykresy sił wewnętrznych N, T, M



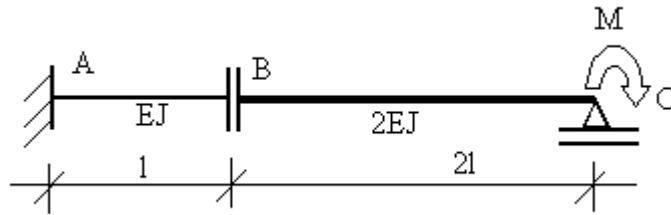
Projekt nr 2: Obliczyć siły w prętach.



Projekt nr 3: Zaprojektować wymiary przekroju.



**Projekt nr 4: Wyznaczyć linię ugięcia**



**Projekt nr 5: Wskazać najbardziej niebezpieczny przekrój pręta oraz obliczyć przy zastosowaniu hipotezy Hubera wartość naprężeń zredukowanych w najbardziej wyciężonym punkcie przekroju.**

