

KATEDRA MECHANIKI
MATERIAŁÓW
POLITECHNIKA ŁÓDZKA



DEPARTMENT OF MECHANICS
OF MATERIALS
TECHNICAL UNIVERSITY OF ŁÓDŹ

Al. Politechniki 6, 93-590 Łódź, Poland, Tel/Fax (48) (42) 631 35 51

Mechanika ogólna II – Kinematyka i dynamika

kierunek Budownictwo, sem. II

materiały pomocnicze do ćwiczeń

opracowanie
dr inż. Piotr Dębski
dr inż. Irena Wagner

Łódź, styczeń 2003

TREŚĆ WYKŁADU

Kinematyka: Zakres przedmiotu. Przestrzeń, czas, układ odniesienia.

Kinematyka punktu: tor punktu, opis ruchu punktu, prędkość i przyspieszenie punktu, przyspieszenie styczne i normalne.

Kinematyka bryły sztywnej: stopnie swobody, twierdzenie o rzutach prędkości punktów bryły sztywnej. Ruchy bryły: postępowy i obrotowy dookoła osi nieruchomej.

Ruch płaski: prędkość i przyspieszenie, chwilowe środki prędkości i przyspieszenia.

Ruch kulisty: chwilowa oś obrotu, prędkość przyspieszenia punktów bryły.

Ruch dowolny bryły: redukcja do ruchu śrubowego, oś centralna.

Ruch złożony punktu i bryły.

Dynamika

Dynamika punktu: Pojęcia i podstawowe: prawa Newtona, układ inercjalny, zasada d'Alemberta. Równania ruchu i metody ich rozwiązywania.

Pęd, kręt, energia kinetyczna i twierdzenia o ich zmianach. Pole sił. Praca, moc, energia potencjalna, Zasada zachowania energii mechanicznej.

Dynamika punktu materialnego nieswobodnego.

Dynamika ruchu złożonego punktu. Siły bezwładności.

Dynamika układu punktów materialnych i bryły sztywnej.

Pęd, kręt, energia oddziaływań wewnętrznych, energia kinetyczna, energia potencjalna, zasada zachowania energii mechanicznej. Masowe momenty bezwładności.

Dynamika ruchu postępowego, obrotowego i płaskiego bryły.

Elementy mechaniki analitycznej. Zasada prac przygotowanych.

LITERATURA:

1. J. Leyko, Mechanika ogólna Statyka i kinematyka, PWN, 2002.
2. J. Leyko, Mechanika ogólna Dynamika, PWN, 2002.
3. P. Dębski, O. Gajl, I. Wagner, Zbiór zadań z mechaniki teoretycznej Kinematyka, WPL, 1995.
4. P. Wilde, M. Wizmur, Mechanika teoretyczna, PWN, 1984.
5. J. Misiak, Zadania z mechaniki ogólnej, cz. II i III, WNT, 1999.
6. B. Skalmierski, Mechanika, PWN, 1998.
7. J. Nizioł, Metodyka rozwiązywania zadań z mechaniki, WNT, 2002.

Forma zaliczenia przedmiotu:

- wykonanie 2 prac projektowych
- 2 kolokwia
- egzamin z zadań i z teorii

ćwiczenia audytoryjne	tydzień	ćwiczenia projektowe
Kinematyka punktu (znajdowanie równań ruchu na podstawie opisu ruchu)	1	Kinematyka punktu (znajdowanie toru, równania drogi, prędkości i przyspieszenia z równań ruchu punktu)
Ruch płaski (łańcuchy kinematyczne, różne sposoby wyznaczania prędkości chwilowej)	2	Ruch płaski (wyznaczanie planu prędkości)
Wyznaczanie przyspieszeń w ruchu płaskim	3	Wyznaczanie przyspieszeń w ruchu płaskim
Wyznaczanie prędkości i przyspieszeń w ruchu płaskim	4	Wyznaczanie prędkości i przyspieszeń w ruchu płaskim
Ruch złożony punktu (wyznaczanie prędkości i przyspieszeń)	5	Ruch złożony punktu (wyznaczanie prędkości i przyspieszeń)
Ruch złożony punktu w przestrzeni (wyznaczanie prędkości i przyspieszeń)	6	Obrona projektu nr 1. Powtórzenie tematów zgłaszanych przez studentów
<i>Kolokwium z kinematyki</i>	7	Omówienie zadań z kolokwium z kinematyki
Różniczkowe równania ruchu punktu materialnego (całkowanie równań różnicz. ruchu - znajdowanie równań ruchu)	8	Różniczkowe równania ruchu punktu materialnego (całkowanie równań różnicz. ruchu - znajdowanie równań ruchu)
Różniczkowe równania ruchu punktu materialnego - wyznaczanie sił i reakcji	9	Ruch drgający punktu materialnego
Dynamika ruchu złożonego punktu (znajdowanie równań ruchu względnego)	10	Dynamika ruchu złożonego punktu (wyznaczanie reakcji, tarcie)
Obliczanie pracy. Zasada zachowania energii mechanicznej dla punktu materialnego.	11	Zasada zachowania pędu i energii mechanicznej dla punktu materialnego
Obliczanie masowych momentów bezwładności (tw. Steinera). Dynamika ruchu płaskiego bryły.	12	Obrona projektu nr 2. Powtórzenie tematów zgłaszanych przez studentów
<i>Kolokwium z dynamiki</i>	13	Omówienie zadań z kolokwium z dynamiki
Zasada zachowania energii dla bryły	14	Dynamika ruchu płaskiego bryły

Prace projektowe:

P1 Wyznaczanie prędkości i przyspieszeń elementów łańcucha kinematycznego

P2 Dynamika punktu materialnego

Zadania przykładowe w semestrze II

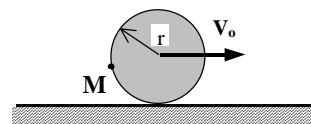
Tydzień 1

Kinematyka punktu (znajdowanie równań ruchu na podstawie opisu ruchu, znajdowanie parametrów ruchu - toru, równania drogi, prędkości i przyspieszenia z równań ruchu punktu)

Znaleźć tor, równanie drogi, prędkość i przyspieszenie punktu poruszającego się zgodnie z podanymi równaniami:

$$\begin{cases} x(t) = A \sin^2 t \\ y(t) = A \cos^2 t \end{cases} \quad \begin{cases} x(t) = k \cos \omega t \\ y(t) = k \sin \omega t \\ z(t) = k \omega t \end{cases}$$

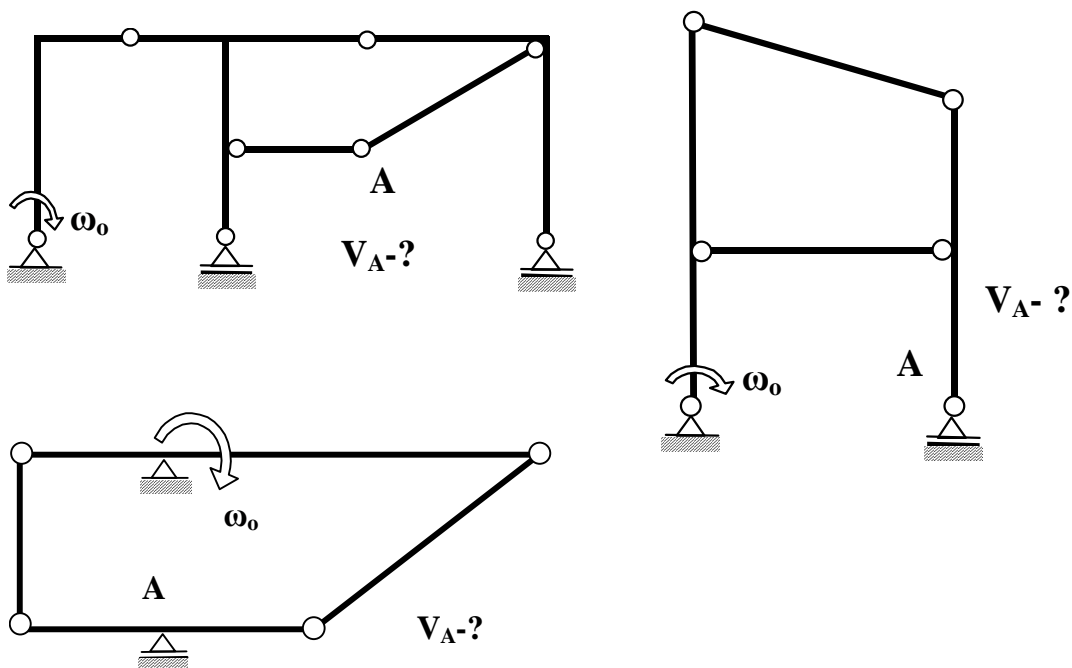
Znaleźć równania ruchu punktu M leżącego na obwodzie toczącego się krążka. Środek krążka przesuwa się ze stałą prędkością V_0 . W chwili początkowej ruchu punkt M stykał się z nieruchomym podłożem.



Tydzień 2

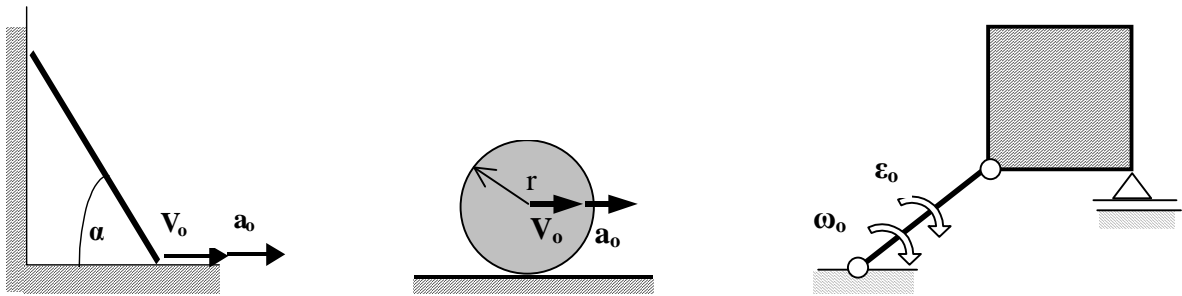
Ruch płaski (łańcuchy kinematyczne, różne sposoby wyznaczania prędkości chwilowej, wyznaczanie planu prędkości)

Wyznaczyć plan prędkości dla podanych łańcuchów kinematycznych



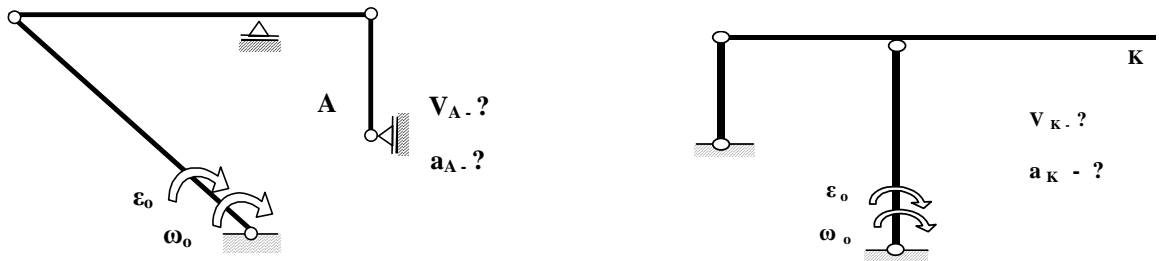
Ruch płaski (wyznaczanie przyspieszeń)

Wyznaczyć plan przyspieszeń dla podanych łańcuchów kinematycznych



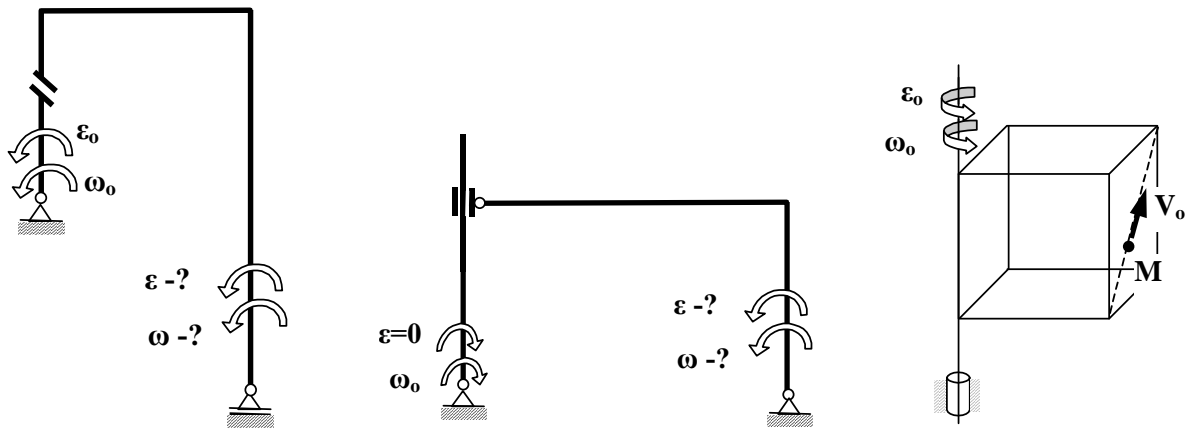
Ruch płaski (wyznaczanie prędkości i przyspieszeń)

Wyznaczyć prędkość i przyspieszenie wskazanych punktów



Ruch złożony punktu (wyznaczanie prędkości i przyspieszeń)

Wyznaczyć prędkości i przyspieszenia



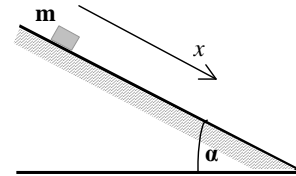
Różniczkowe równania ruchu punktu materialnego (całkowanie równań ruchu - wyznaczanie sił i reakcji, znajdowanie równań ruchu)

- Różniczkowanie równań ruchu

Znaleźć siłę wywołującą ruch punktu o masie m jeśli wiadomo, że porusza się on zgodnie z równaniami:

$$\begin{cases} x(t) = a \cos \omega t \\ y(t) = b \sin \omega t \end{cases}$$

Obliczyć jaki jest współczynnik tarcia μ , jeśli wiadomo, że masa m porusza się wzdłuż równi zgodnie z równaniem $x(t) = g t^2 / 8$.



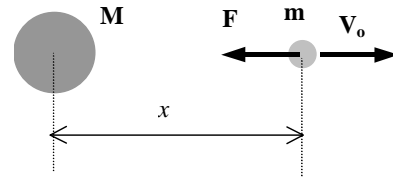
- Całkowanie różniczkowych równań ruchu

Znaleźć równania ruchu masy m poruszającej się pod działaniem siły F , jeśli wiadomo, że ruch rozpoczyna się bez prędkości początkowej i $F = H \sin kt$.

Jaką prędkość początkową V_0 musi mieć masa m znajdująca się w chwili początkowej w odległości b od masy M , aby przyciągana do niej siłą

$$F = k \frac{mM}{x^2}$$

mogła się od niej oderwać?

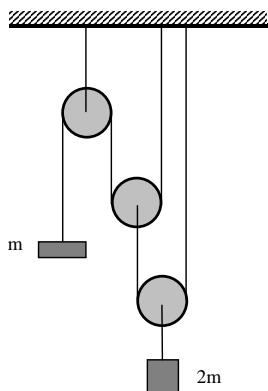


Znaleźć równanie ruchu masy m rozpoczynającej ruch z prędkością V_0 nachyloną pod kątem α do poziomu w polu grawitacyjnym z oporem. Opór wynosi

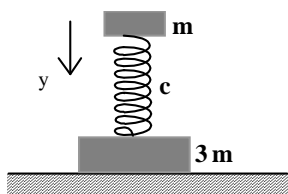
$$\bar{R} = -mk\bar{V}.$$



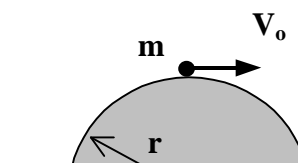
Różniczkowe równania ruchu punktu materialnego - wyznaczanie sił i reakcji
Ruch drgający



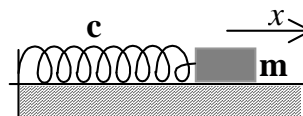
Wyznaczyć naciągi linek. Ruch rozpoczyna się z położenia równowagi, bloczki nieważkie, linka nierozciągliwa.



Masa m wykonuje ruch drgający zgodnie z równaniem $y=A\sin\omega t$. Obliczyć maksymalny i minimalny nacisk na podłoże.



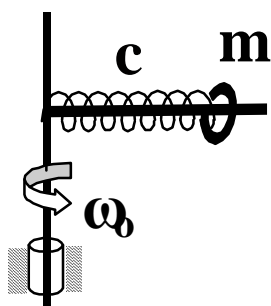
W jakim położeniu masa m zsuwająca się po zakrzywionym podłożu oderwie się od niego? Ruch rozpoczyna się z położenia jak na rysunku z prędkością V_0 .



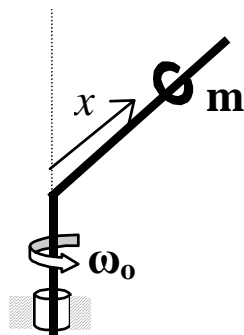
Znaleźć równanie ruchu masy m zaczepionej na sprężynie o stałej c wychylonej z położenia równowagi o x_0 , jeśli porusza się ona po podłożu z tarcie ze wsp. μ .

Dynamika ruchu złożonego punktu (znajdowanie równań ruchu względnego, wyznaczanie reakcji, tarcie)

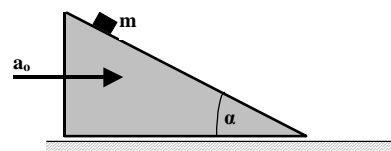
Znaleźć równania ruchu względnego masy m przy zadanych warunkach początkowych



warunki początkowe $x(0)=l, v(0)=0$

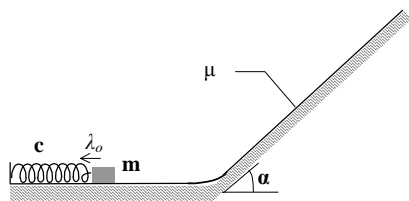


warunki początkowe $x(0)=l, v(0)=0$
 Wyznaczyć reakcję pierścienia na pręt

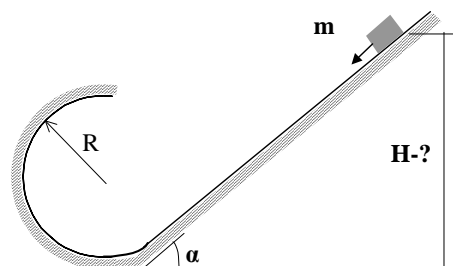


Równia przesuwa się z przyspieszeniem a_0 . W jakich granicach może się ono zmieniać, aby znajdująca się na nim masa m pozostała względem równi nieruchoma? Tarcie między masą m i podłożem opisuje współczynnik μ

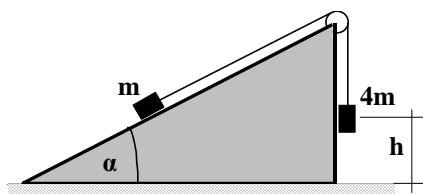
Zasady zachowania dla punktu materialnego (zasada zachowania energii, zasada zachowania pędu, energia sprężystości sprężyny)



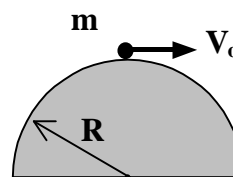
Masa m rozpoczyna ruch wywołany ściśniętą o λ_0 sprężyną. Jakie ugięcie sprężyny spowoduje ona po powrocie z równi, na której porusza się z tarcie ze współczynnikiem μ ?



Z jakiej wysokości musi wyruszyć masa m , aby dotrzeć do końca toru ?



Ruch rozpoczyna się bez prędkości początkowej. Z jaką prędkością masa $4m$ uderzy w podłoże ?

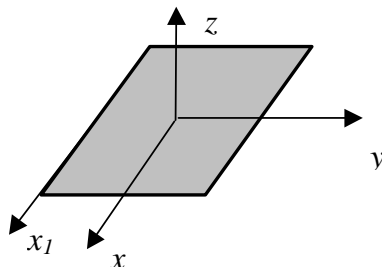
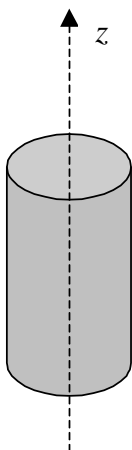


W jakim położeniu masa m zsuwająca się po zakrzywionym podłożu oderwie się od niego? Ruch rozpoczyna się z położenia jak na rysunku z prędkością V_0 .

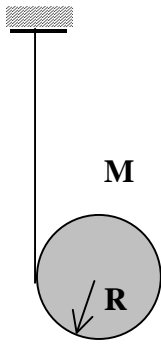


Masy m i M poruszają się po gładkim podłożu. Obliczyć ich prędkości po zderzeniu. Rozważyć zderzenie sprężyste i plastyczne.

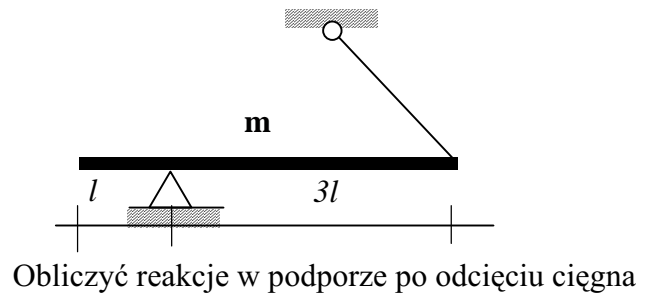
Masowe momenty bezwładności. Dynamika ruchu płaskiego bryły (wyznaczanie reakcji dynamicznych)



Obliczyć momenty bezwładności walca i płyty o zadanych masach względem zaznaczonych osi



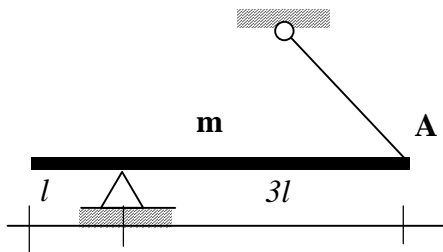
Znaleźć przyspieszenie środka krążka o masie m , z którego odwija się nić. Ruch rozpoczyna się bez prędkości początkowej



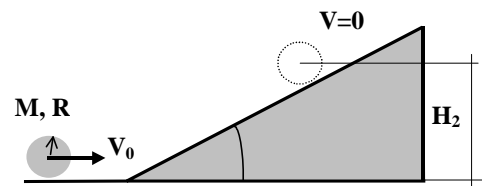
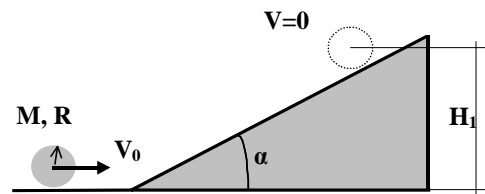
Obliczyć reakcje w podporze po odcięciu ciężna

Tydzień 14

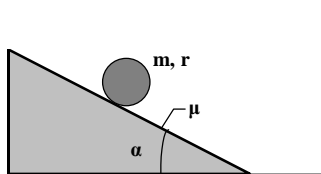
Zasada zachowania energii dla bryły. Dynamika ruchu płaskiego bryły.



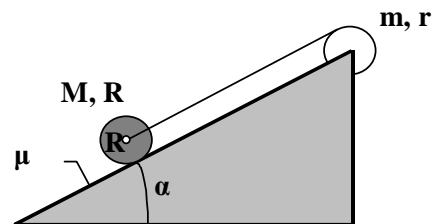
Znaleźć największą prędkość końca A belki po odcięciu ciężna.



Jaką wysokość osiągnie walec w chwili zatrzymania, jeśli u podstawy równi prędkość jego środka wynosi V_0 . Rozważyć dwa przypadki: toczenie bez poślizgu i z poślizgiem.



Jaki musi być min. wartość współczynnika tarcia μ , aby walec o masie m toczył się bez poślizgu ?



Znaleźć naciąg nici, przyspieszenie walca oraz min. μ dla toczenia bez poślizgu. Dane: R , r , M , m , α , f .