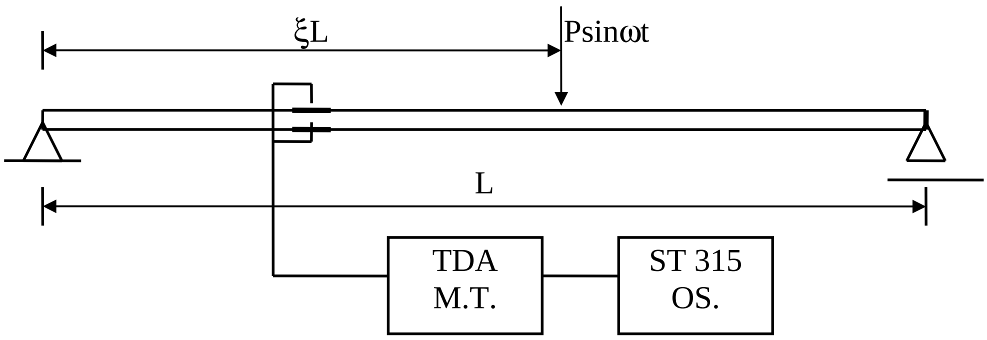
POLITECHNIKA ŁÓDZKA
KATEDRA MECHANIKI MATERIAŁÓW
LABORATORIUM WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW

INSTRUKCJA DO ĆWICZENIA nr 22

WYZNACZANIE NAPRĘŻEŃ DYNAMICZNYCH W BELCE

1. Schemat układu pomiarowego



2. Kolejność czynności.

2.1. Zmierzyć długości charakterystyczne belki a_i (i=1,2,3)(patrz schemat).
2.2. Podłączyć tensometry do mostka tensometrycznego TDA. Jeden koniec trójżyłowego przewodu należy połączyć z końcówkami tensometrów (końcówki 1,2,3 z wtykami 1,2,3 odpowiednio), a drugi koniec z gniazdem B dowolnego kanału (1...b), które znajduje się na tylnej ściance mostka TDA.
2.3. Podłączyć generator funkcyjny oraz wzmacniacz generatora do sieci 220V.
2.4. Podłączyć generator funkcyjny ze wzmacniaczem generatora oraz wzmacniacz generatora z elektromagnesem odpowiednimi przewodami. Rodzaj przewodu zależy od typu wejścia wyjścia.
2.5. Włączyć mostek tensometryczny TDA oraz oscyloskop ST 315 do sieci 220V.
2.6. Przygotować mostek tensometryczny oraz oscyloskop do pracy wg. odpowiedniej instrukcji tzn. przeprowadzić kalibrację oraz ustawić przycisk pracy mostka w położenie, które wskazuje na przekazywanie sygnału z mostka na oscyloskop „output”.
2.7. Uruchomić układ wymuszający drgania tzn. generator funkcyjny oraz jego wzmacniacz. Należy: wcisnąć przycisk „power” w generatorze funkcyjnym oraz przełącznik „załączone” we wzmacniaczu (zapala się biała lampka). Ustawić napięcie i częstotliwość wg wskazówek prowadzącego zajęcia.
2.8. Zanotować z oscyloskopu amplitudę odkształceń i odpowiadający jej okres.

2.9. Pomiary powtórzyć dla wszystkich zadanych obciążeń zmiennych w czasie. Prowadzący ćwiczenie zadaje napięcie oraz częstotliwość, wielkość siły wymuszonej odczytuje się z tablic (patrz stanowisko badawcze).

3. Opracowanie wyników badań.

3.1 Naprężenie dynamiczne w górnych i dolnych włóknach przekroju wyznaczamy mnożąc odpowiednio

s =e E

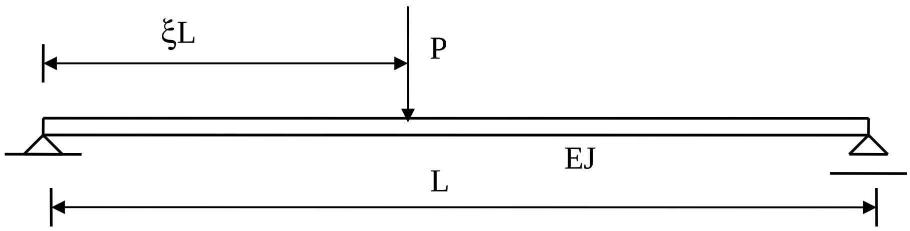
Doświadczalną amplitudę odkształceń wyznaczamy ze wzoru:

$$\varepsilon = \frac{2 d_k C_p}{k n C_k} \frac{Y_P}{Y_K} 10^{-9}$$

gdzie:

d_k - czułość kanału mostka TDA
k - stała tensometru
n - ilość czynnych tensometrów (n=2)
C_p - czułość oscyloskopu podczas pomiaru drgań
C_k - czułość oscyloskopu podczas kalibracji
Y_p - wychylenie plamki oscyloskopu w cm podczas drgań
Y_k - wychylenie plamki oscyloskopu w cm podczas kalibracji

3.2 Naprężenia dynamiczne w belce poddanej drganiom wymuszonym można wyznaczyć całkując równanie różniczkowe drgań wymuszonych belki.



$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \mu = q(x,t)$$

gdzie:

EJ -sztywność giętna belki
m -masa jednostki długości belki
q(x,t)-natężenie obciążenia dynamicznego belki w ćwiczeniu
q(x,t)=Pd(x-x)cos gt
d-funkcja delta Diraca
g- częstość siły wymuszającej
P- amplituda siły wymuszającej

Rozwiązanie równania drgań wymuszonych jest sumą rozwiązania równania jednorodnego i rozwiązania równania niejednorodnego.

Jeśli szukamy rozwiązania dla drgań ustalonych pomijamy rozwiązanie równania jednorodnego (opisującego drgania swobodne, które szybko znikają z uwagi na tłumienie). Rozwiązanie równania niejednorodnego wyznaczamy rozwijając funkcje ugięcia i obciążenia belki w szeregi funkcji własnych typu:

$$U_n(x) = \sin\frac{n\pi x}{l}$$

otrzymując

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t)\sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$q(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n(t)\sin\frac{n\pi x}{l}$$

gdzie

$$Q_n(t) = \tfrac{2}{l}\int_0^l q(x,t)\sin\frac{n\pi x}{l}dx = \tfrac{2}{l}\int_0^l P\delta(x\xi)\cos\gamma t\sin\frac{n\pi x}{l}dx = \frac{2P}{l}\cos\gamma t\sin\frac{n\pi x}{l}$$

Po podstawieniu wyrażeń na y(x,t) i q(x,t) do równania drgań belki otrzymujemy

$$\sum_{n=1}^{\infty}[T_n(t) + \omega_n^2 T_n(t) - A_n\cos\gamma t]\sin\frac{n\pi x}{l} = 0$$

gdzie

$$A_n = \frac{2P}{\mu l}\sin\frac{n\pi\xi}{l} \qquad \omega_n = \frac{n^2\pi^2}{l^2}\sqrt{\frac{EJ}{\mu}}$$

Funkcje $T_n(T)$ są zatem całkami szczególnymi niejednorodnego równania zwyczajnego

$$T_n(t) + \omega_n^2 T_n(t) = A_n\cos\gamma t$$

czyli

$$T_n(t) = \frac{A_n}{\omega_n^2 - \gamma^2}\cos\gamma t$$

Rozwiązanie dla ustalonych drgań wymuszonych ma zatem postać:

$$y(x,t) = \frac{2P\cos\gamma t}{\mu l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\omega_n^2 - \gamma^2}\sin\frac{n\pi\xi}{l}\sin\frac{n\pi x}{l}$$

Wartość bezwzględna naprężenia na dolnej lub górnej powierzchni belki jest równa

$$\sigma(x,t) = \left|\frac{\partial^2 y((x,t)}{\partial x^2}\right|\frac{Eh}{2}$$