

Wykład 8

Wyteżenie. Hipotezy wyteżeniowe

Zestawienie wzorów i określeń.

1. Pojęcie wyteżenia.

Przez **wyteżenie materiału** będziemy rozumieli ogół zmian fizycznych i strukturalnych jakie nastąpiły w materiale w trakcie jego wymuszonej deformacji (skutek uogólnionego obciążenia: np. statycznego, termicznego...).

Zmiany te to, na przykład, powstawanie zarysowań obserwowanych na poziomie makroskopowym, mikronieciągłości w materiale obserwowanym na poziomie mikroskopowym, dyslokacje na poziomie struktury atomowej. Zmiany te można charakteryzować także w zależności od rodzaju materiału, jego struktury i jej ewentualnej ewolucji itp itd. Wykracza to poza zakres kursu Wytrzymałości Materiałów.

Stopień wyteżenia to poziom intensywności ogółu tych zmian. Dla ciała w stanie naturalnym (neutralnym) wyteżenie jest zerowe. Wyteżenia krańcowe manifestuje się utratą zdolności materiału do przenoszenia obciążeń (różne rodzaje zniszczenia jak utrata ciągłości (złom rozdzielczy, poślizgowy, utrata zdolności zachowania postaci (płynięcie plastyczne), i inne) .

Z punktu widzenia inżyniera szczególnie ważne jest obserwowanie zmiany wyteżenia w stałych, znormalizowanych warunkach. Najczęściej jest to próba doświadczalna jednoosiowego rozciągania. W takiej próbie wzrost wyteżenia manifestuje się osiągnięciem progu proporcjonalności na wykresie ε - σ , progu mierzonego zadaną deformacją trwałą (np 0.02), progu wzmocnienia i wielu innych. Stan zerwania związany jest z wartością naprężenia krańcowego. Pojęcie naprężenia dopuszczalnego jest konstrukcją sztuczną, umowną, związaną z arbitralnie przyjętym współczynnikiem bezpieczeństwa, przez który dzielone jest naprężenie krańcowe. Stan jednoosiowy naprężenia jest standardowym i dobrze poznanym w próbie osiowego rozciągania stanem odniesienia. W realnych konstrukcjach występuje on sporadycznie, regułą jest tu raczej złożony stan naprężenia.

Celem formułowania hipotez wyteżeniowych jest "przetłumaczenie" lub "odwzorowanie" stanu wyteżenia w złożonym stanie naprężenia na stan wyteżenia przy jednoosiowym rozciąganiu (ściskaniu). Przypuszczamy, że w ten sposób ocenimy realny stopień wyteżenia materiału konstrukcji.

2. Hipoteza maksymalnych naprężeń stycznych (autorzy: Tresca, Guest, Culomb).

Hipoteza: miarą wyteżenia jest maksymalne naprężenie styczne.

Wyteżenia w dwu różnych stanach naprężenia są równe jeśli maksymalne naprężenia styczne w tych stanach są równe.

Naprężenie zredukowane:

W prostym rozciąganiu maksymalne naprężenia styczne τ_{max} jest równe:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_0}{2} \quad (8.1)$$

W złożonym stanie naprężenia maksymalne naprężenia styczne τ_{max} jest równe:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (8.2)$$

Porównując (8.1) z (8.2) przypiszemy złożonemu stanowi naprężenia stan jednoosiowy scharakteryzowany naprężeniem "zredukowanym" równoważnym w sensie przyjętej hipotezy:

$$\sigma_{red} = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

Pamiętając, że ekstremalne naprężenia to naprężenia główne (które potrafimy obliczać) łatwo uzasadnimy poniższe wzory na σ_{red} w płaskim stanie naprężenia:

$$\text{jesli } \sigma_1 \sigma_2 > 0 \text{ i } \sigma_1 + \sigma_2 < 0 \text{ to } \sigma_3 = 0 \Rightarrow \sigma_{red} = -\frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\tau_{12}^2}$$

$$\text{jesli } \sigma_1 \sigma_2 > 0 \text{ i } \sigma_1 + \sigma_2 > 0 \text{ to } \sigma_3 = 0 \Rightarrow \sigma_{red} = \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\tau_{12}^2}$$

(w obu powyższych wzorach zerowe naprężenie główne występuje na ścianie wolnej od naprężeń)

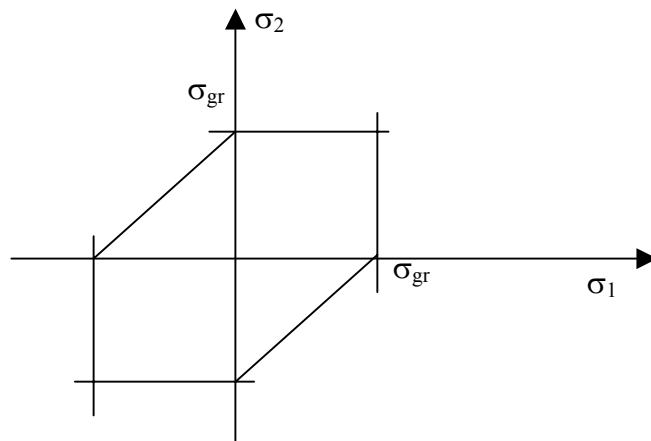
$$\text{jesli } \sigma_1 \sigma_2 < 0 \text{ (są różnych znaków) to } \sigma_{red} = \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\tau_{12}^2}$$

Ćwiczenie: zilustrować wszystkie powyższe wzory używając koła Mohra.

Warunek postawiony w próbie jednoosiowej dla pewnego naprężenia granicznego:

$$-\sigma_{gr} \leq \sigma_{red} \leq \sigma_{gr}$$

Odwzorowuje się na następujący obszar dopuszczalny w płaskim stanie naprężenia (wewnątrz wieloboku):



Rysunek 8.1 Obszar dopuszczalny w płaskim stanie naprężenia w/g hipotezy Tresci

W trójosiowym stanie naprężenia stany dopuszczalne znajdują się wewnątrz graniastosłupa, którego osią jest trójściana zaś ślad przecięcia z płaszczyzną s_1 - s_2 jest identyczny z wielobokiem na rysunku 8.1.

Uwaga! Hipoteza Tresci stosuje się dla materiałów o symetrycznych wartościach umownych progów naprężeń granicznych przy ściskaniu i rozciąganiu.

Jeśli te naprężenia nie są takie same, należy stosować hipotezę Mohra (zobacz - Jakubowicz, Orłoś, *Wytrzymałość Materiałów*).

2. Hipoteza właściwej energii odkształcenia postaciowego (autorzy: Mises, Huber, Hencky).

Hipoteza: miarą wyczerpania jest właściwa energia odkształcenia postaciowego.

Wyczerpania w dwu różnych stanach naprężenia są równe jeśli energie odkształcenia postaciowego w tych stanach są równe.

Naprężenie zredukowane:

W prostym rozciąganiu energia odkształcenia postaciowego jest równa:

$$\Phi_f = \frac{1+\nu}{6E} \sigma_0^2 \quad (8.3)$$

W złożonym stanie naprężenia energia odkształcenia postaciowego jest równa:

$$\Phi_f = \frac{1+\nu}{6E} \left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{22})^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{32}^2 + \tau_{13}^2) \right] \quad (8.4)$$

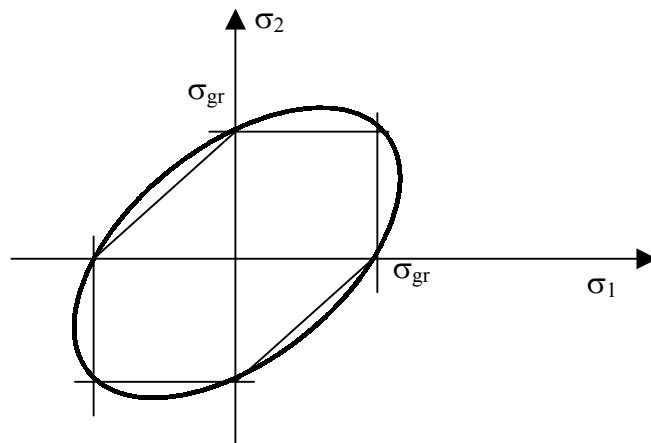
Porównując (8,3) z (8.4) przypiszemy złożonemu stanowi naprężenia stan jednoosiowy scharakteryzowany naprężeniem "zredukowanym" równoważnym w sensie przyjętej hipotezy:

$$\sigma_{red} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{22})^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{32}^2 + \tau_{13}^2)}$$

Warunek postawiony w próbie jednoosiowej dla pewnego naprężenia granicznego:

$$-\sigma_{gr} \leq \sigma_{red} \leq \sigma_{gr}$$

Tłumaczy się na następujący obszar dopuszczalny w płaskim stanie naprężenia: wewnątrz elipsy opisanej na wieloboku Tresci:



Rysunek 8.2 Obszar dopuszczalny (wewnątrz elipsy) w płaskim stanie naprężenia w/g hipotezy Hubera

W trójosiowym stanie naprężenia stany dopuszczalne znajdują się wewnątrz walca kołowego, którego osią jest trójściana zaś ślad przecięcia z płaszczyzną s1-s2 jest identyczny z elipsą przedstawioną na rysunku 8.2.

Uwaga: obowiązują również wyprowadzenia postaci energii odkształcenia postaciowego z energii całkowitej, tak jak podano na wykładzie.