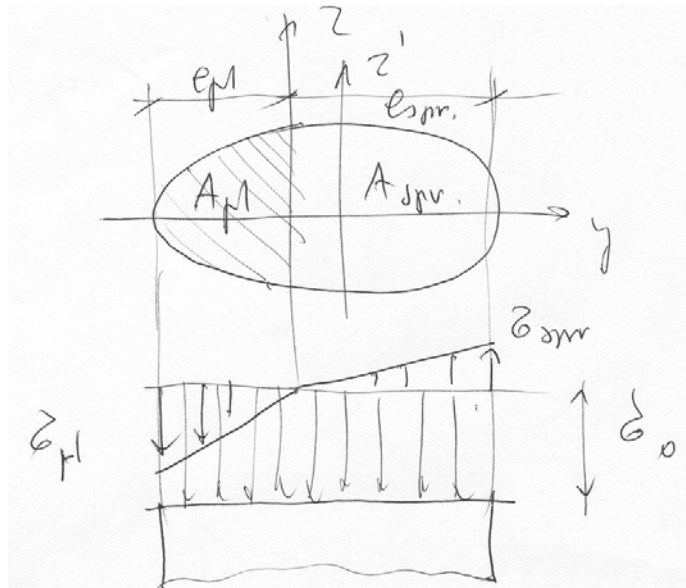


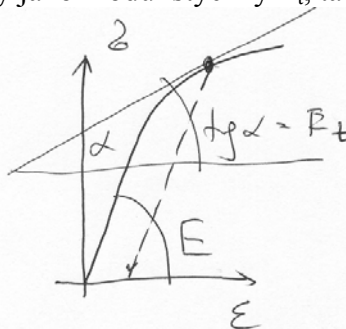
Wykład 10. Stateczność prętów. Wyboczenie sprężysto - plastyczne.

Założmy, że siła normalna w pręcie jest tak duża, że część przekroju uplastycznia się. Dokładniej przebieg wyboczenia wyobrażamy sobie następująco: Pod działaniem siły osiowej przed utratą osiowej postaci ściskania w przekroju panuje naprężenie σ_0 nie przekraczające granicy proporcjonalności. W chwili utraty osiowej postaci zginania pojawia się moment zginający, który, dodając naprężenia w części ściskanej przekroju sprawia, że granica proporcjonalności zostaje przekroczona. Stan ten ilustruje Rysunek 9.6. Zakładamy, że przekrój pręta pozostaje płaski podczas wyboczenia. promień krzywizny osi ugiętej jest ρ .



Rysunek 9.6. Naprężenia w przekroju mimośrodowo ściskanym przy wyboczeniu, różne moduły Younga w części A_{pl} i A_{spr}

Zakładamy, że uplastycznienie nie jest idealne. Moduł Younga poza granicą proporcjonalności obliczymy jako moduł styczny E_t , tak jak pokazuje rysunek 9.7.



Rysunek 9.7. Moduł Younga poza granicą proporcjonalności.

Położenie osi obojętnej można uzyskać z sumy rzutów na oś pręta:

$$\int_{A_{pl}} (\sigma_0 + \sigma_{pl}) dA + \int_{A_{spr}} (\sigma_0 - \sigma_{spr}) dA = A \sigma_0,$$

pamiętając, że: $\sigma_{spr} = E \frac{y}{\rho}$ $\sigma_{pl} = E_t \frac{y}{\rho}$

Z równania równowagi wynika, że oś obojętna dzieli przekrój tak, że momenty statyczne części przekroju: S_{pl} i S_{spr} spełniają zależność:

$$E_t S_{pl} = E S_{spr}$$

Zależność krzywizna-moment uzyskać można po prostych przekształceniach sumy momentów:

$$\int_{A_{pl}} (\sigma_0 + \sigma_{pl}) y dA - \int_{A_{spr}} (\sigma_0 - \sigma_{spr}) y dA = M$$

Z równania powyższego wynika, że momenty bezwładności odpowiednich części przekroju spełniają zależność:

$$\frac{1}{\rho} = -y'' = \frac{M}{J \frac{E_t J_{pl} + E J_{spr}}{J}} = \frac{M}{J E^*}$$

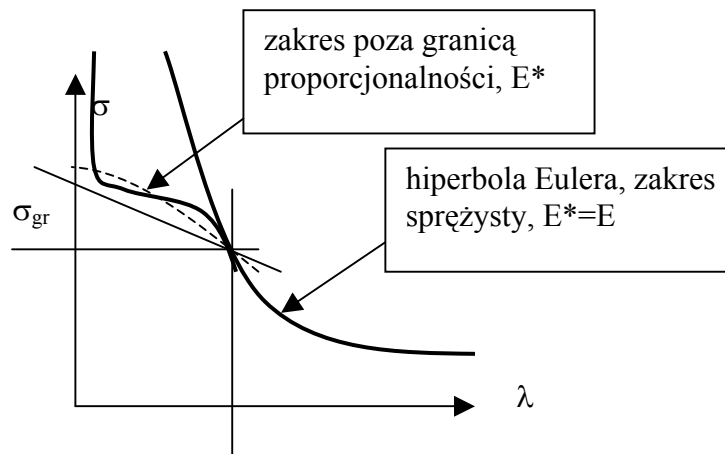
E^* jest modułem wyboczenia, pewnym zastępczym modułem Younga, który może być użyty w podstawowych równaniach różniczkowych osi ugiętej zamiast E :

$$\frac{E_t J_{pl} + E J_{spr}}{J} = E^*$$

Na przykład wzory na smukłość pręta i naprężenie krytyczne modyfikują się następująco:

$$\lambda_{dop} = \pi \sqrt{\frac{E^*}{\sigma_{dop}}} \quad \sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E^*}{\lambda^2}$$

Wykres zależności σ - λ można przedstawić następująco:



Rysunek 9.8. Wykres zależności σ - λ . Prosta przedstawia przybliżenie Tetmajera-Jasińskiego zaś parabola wykreślona linią przerywaną - przybliżenie Ostenfelda.

Opis związku smukłość- naprężenie poza granicą proporcjonalności można przybliżyć wzorem liniowym Tetmajera-Jasińskiego

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda$$

lub parabolą Ostenfelda:

$$\sigma_{kr} = A - B\lambda^2$$

Parametry a , b , A , B można znaleźć w tabelach. Są one ustalane dla podstawowych materiałów na podstawie doświadczeń.