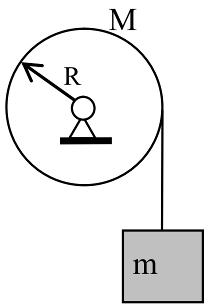
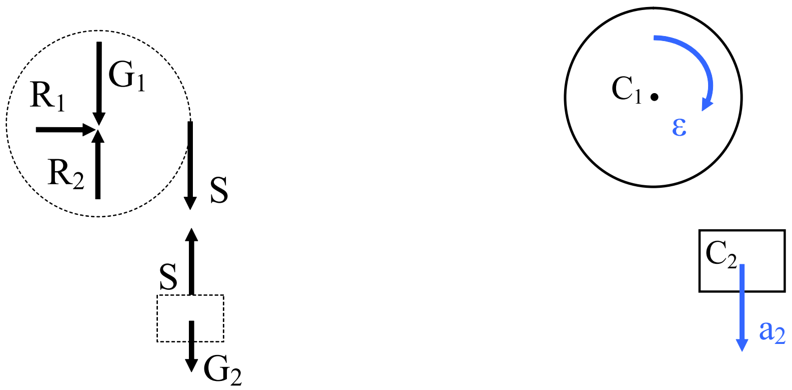
## Przykład 6.1. Wyznaczanie przyspieszenia krążka oraz siły naciągu nici




Na osadzony na łożysku bez tarcia krążek o promieniu R i masie M nawinięta jest nić. Pomiędzy krążkiem a nicią nie ma poślizgu. Nić jest nieważka i nierozciągliwa. Na końcu nici zamocowana jest masa m.
Obliczyć przyspieszenie kątowe $\varepsilon$ krążka wywołane takim obciążeniem oraz naciąg nici.

**Rozwiązanie**

Po uwolnieniu z więzów otrzymujemy układ sił przedstawiony na rysunku poniżej, gdzie oznaczono: S – siłę naciągu nici, $G_1$ =Mg – ciężar krążka, $G_2$ =mg – ciężar zamocowanej masy, $R_1$ i $R_2$ – składowe reakcji podpory nieprzesuwnej.




Ruch płaski można przedstawić, jako złożenie ruchu środka masy i ruchu obrotowego wokół środka masy. Stała podpora w środku masy krążka ogranicza ruch krążka do ruchu obrotowego wokół punktu podparcia. Ruch ten opisuje przyspieszenie kątowe ruchu obrotowego krążka wokół punktu $C_1$ oznaczone przez ε. Klocek, z uwagi na siły działające wzdłuż linii przechodzących przez jego środek masy $C_2$ , porusza się ruchem postępowym. Ruch klocka charakteryzuje przyspieszenie środka masy oznaczone jako $a_2$ .

Ruch masy M opisuje:

- równanie ruchu obrotowego masy M wokół stałej osi (punktu $C_1$)

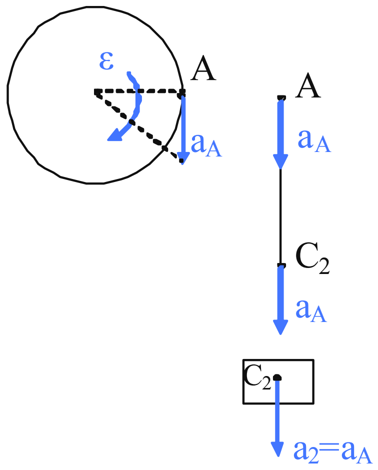
  $J_{zC1}\ \varepsilon = S\ R.$

Ruch masy m opisuje:

- równanie ruchu prostoliniowego środka masy $C_2$

  $m\ a_2 = G_2 - S$

Ruch mas M i m nie odbywa się niezależnie, możemy zatem ustalić zależności wynikające z więzów – tzw. równanie więzów.




Przyspieszenie punktu A leżącego na nici równe jest składowej stycznej przyśpieszenia krążka w tym punkcie. Wynosi ono $a_A = \varepsilon R$. Swobodny odcinek nici porusza się ruchem postępowym w kierunku pionowym. Ponieważ nić jest nierozciągliwa, to na jej odcinku $AC_2$ przyśpieszenie jest identyczne w każdym punkcie, stąd przyśpieszenie punktu $C_2$ wynosi $a_A$.

Podstawiając wielkość momentu bezwładności krążka – $J_{zC1}=½MR^2$ otrzymujemy ostatecznie układ równań:

$$\begin{cases} ½\, MR^2\, \varepsilon = S\, R \\ ma_2 = mg - S \\ a_2 = \varepsilon R \end{cases}$$

Z rozwiązania tego układu otrzymujemy poszukiwane przyspieszenie kątowe krążka

$$\varepsilon = \left(\frac{2m}{2m+M}\right)\frac{g}{R}$$

oraz naciąg nici

$$S = \frac{Mm}{2m+M}\, g\, .$$