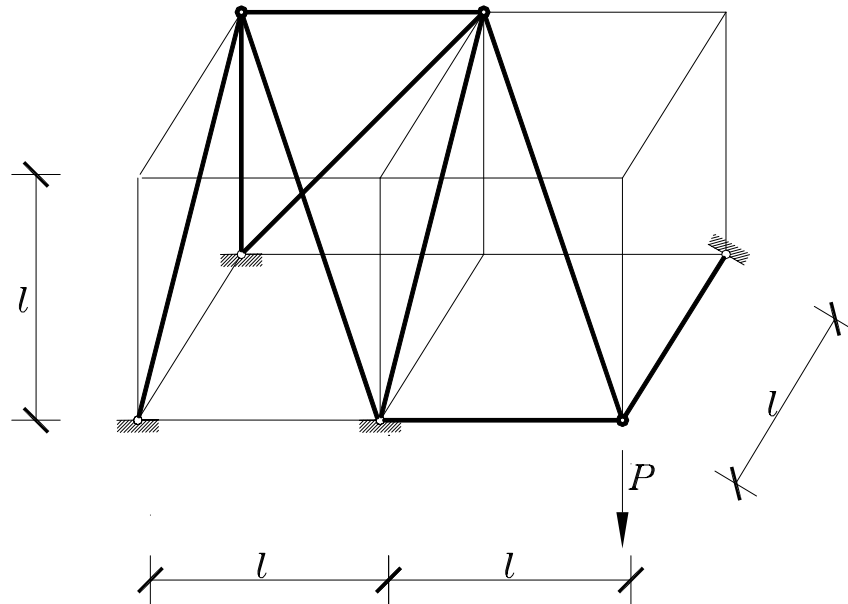


Przykład 1.9. Kratownica przestrzenna

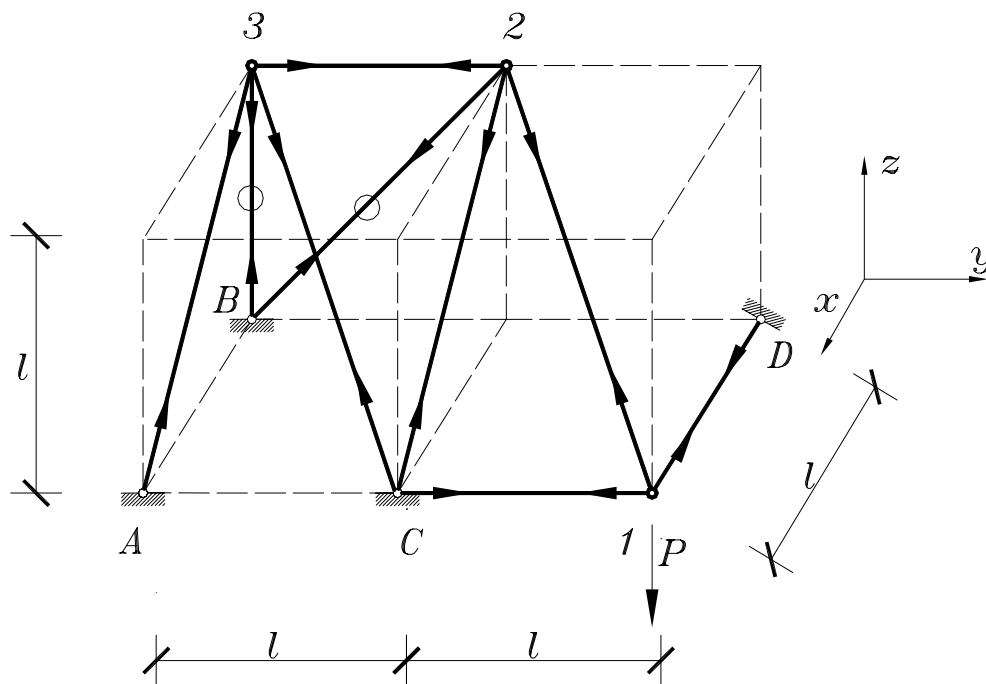
Znaleźć siły wewnętrzne w następującej kratownicy:



Rozwiązanie:

W pierwszej kolejności oznaczamy podpory i numerujemy węzły, jak na poniższym rysunku.

Do obliczeń wykorzystujemy ortogonalny układ współrzędnych zaznaczony obok.



Wyznaczenie sił wewnętrznych w prętach kratownicy przestrzennej rozpoczynamy od prętów zerowych.

W węźle 3 spotykają się trzy pręty współpłaszczyznowe (A-3, C-3 i 2-3). Węzeł jest nieobciążony, zatem $S_{3-B}=0$ bo pręt 3-B nie leży w tej płaszczyźnie.

W podobny sposób wnioskujemy, że $S_{2-B}=0$.

Pozostałe siły wyznaczmy równoważąc kolejno węzły 1, 2 i 3. Należy przy tym zwrócić uwagę na to, że wobec zerowości prętów 3-B i 2-B układy sił działających na węzły 2 i 3 są współpłaszczyznowe i dla tych węzłów mamy tylko po 2 liniowo niezależne warunki równowagi.

Równoważąc węzeł 1 otrzymujemy

$$\sum P_z^1 = 0: \quad \frac{1}{\sqrt{3}} S_{1-2} - P = 0 \Leftrightarrow S_{1-2} = \sqrt{3}P;$$

$$\sum P_x^1 = 0: \quad -\frac{1}{\sqrt{3}} S_{1-2} - S_{1-D} = 0 \Leftrightarrow S_{1-D} = -P;$$

$$\sum P_y^1 = 0: \quad -\frac{1}{\sqrt{3}} S_{1-2} - S_{1-C} = 0 \Leftrightarrow S_{1-C} = -P.$$

Z równowagi węzła 2 wynika

$$\sum P_y^2 = 0: \quad \frac{1}{\sqrt{3}} S_{2-1} - S_{2-3} = 0 \Leftrightarrow S_{2-3} = P;$$

$$\sum P_z^2 = 0: \quad -\frac{1}{\sqrt{2}} S_{2-C} - \frac{1}{\sqrt{3}} S_{2-1} = 0 \Leftrightarrow S_{2-C} = -\sqrt{2}P.$$

Z równowagi węzła 3 wynika

$$\sum P_y^3 = 0: \quad \frac{1}{\sqrt{3}} S_{3-C} + S_{2-3} = 0 \Leftrightarrow S_{3-C} = -\sqrt{3}P;$$

$$\sum P_z^3 = 0: \quad -\frac{1}{\sqrt{2}} S_{3-A} - \frac{1}{\sqrt{3}} S_{3-C} = 0 \Leftrightarrow S_{A-3} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} S_{C-3} = \sqrt{2}P.$$