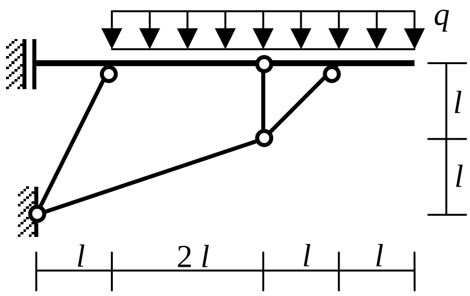
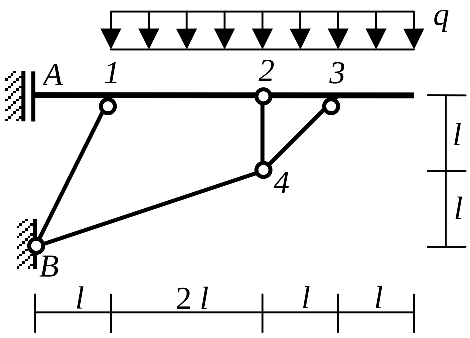
Przykład 2.7. Belka ze skratowaniem

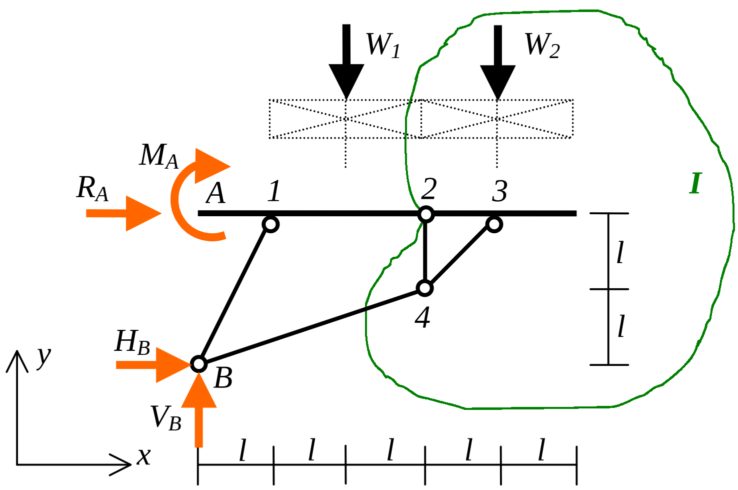
Polecenie: wyznaczyć reakcje podporowe dla poniższej belki ze skratowaniem obciążonej obciążeniem ciągłym o stałym natężeniu q.



Przyjmujemy oznaczenia podpór: A i B. Natomiast połączenia przegubowe oznaczamy cyframi: 1, 2, 3 i 4.



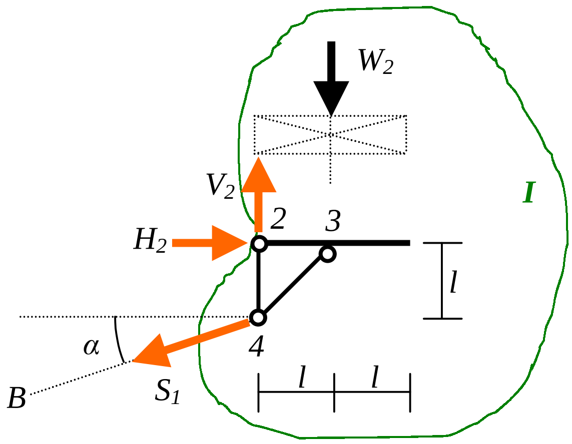
Rozwiązanie zadania rozpoczynamy od uwolnienia układu od więzów, zastępując podpory reakcjami. Górna podpora, oznaczona literą A, jest podporą teleskopową. Zatem w punkcie A działa reakcja pozioma R_A (prostopadła do kierunku możliwego przesuwu) oraz moment M_A. Dolna podpora, oznaczona literą B, jest podporą przegubową nieprzesuwną. W punkcie B występują dwie niezależne od siebie składowe reakcji: pionowa V_B i pozioma H_B. Obciążenie ciągłe o stałym natężeniu q zastępujemy dwiema wypadkowymi $W_1 = W_2 = q \cdot 2l = 2\,ql$.

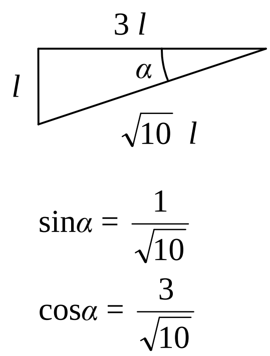


Trzy równania równowagi zapisane dla całego układu nie wystarczą do wyznaczenia wartości czterech niewiadomych: M_A, R_A, V_B i H_B. Jedynie reakcję V_B możemy wyznaczyć z równania rzutów sił na oś pionową dla całego układu.

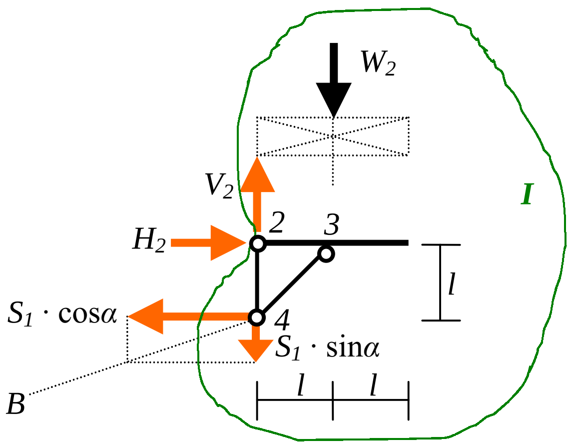
$$\sum_i P_{iy} = 0: \qquad V_B - q \cdot 4l = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V_B = 4\, ql$$

Następne równanie równowagi zapiszemy dla (*I*) części układu.





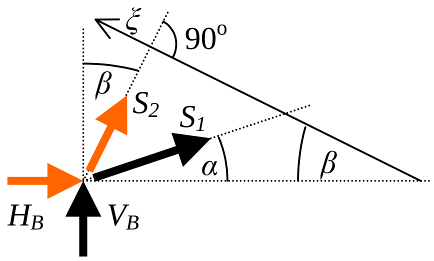
Z równania momentów względem punktu *2* dla części (*I*) układu wyznaczymy wartość siły S_1, działającej w pręcie $B - 4$. Momenty oddziaływań V_2 i H_2 względem punktu *2* są równe zeru, gdyż linie działania tych sił przechodzą przez punkt *2*. Zapisując równanie momentów względem punktu *2* dla części (*I*) układu skorzystamy z twierdzenia Varignona. W tym celu zastępujemy siłę S_1 jej składowymi: pionową i poziomą.

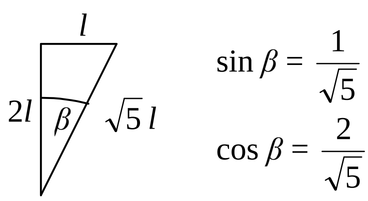


Równanie momentów względem punktu *2* dla części (*I*) układu ma postać:

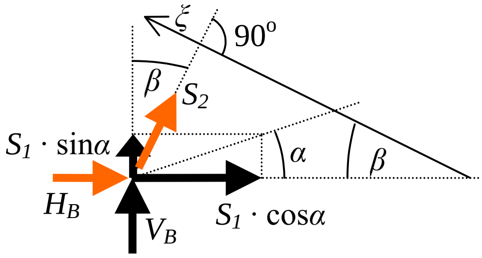
$$\sum_i M_{i2}^{I} = 0: \qquad -S_1 \cdot \cos\alpha \cdot l - W_2 \cdot l = 0 \qquad \Rightarrow \qquad S_1 = -\frac{2\sqrt{10}}{3}\, ql$$

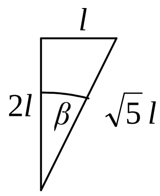
Kolejne równanie zapiszemy dla węzła podporowego *B*.





Przyjmujemy oś ξ prostopadłą do linii działania siły S_2, występującej w pręcie $B-1$. W równaniu rzutów sił na tę oś dla węzła podporowego B jedyną niewiadomą będzie składowa pozioma H_B. W celu uproszczenia obliczenia rzutu siły S_1 na oś ξ zastępujemy siłę S_1 jej składowymi: pionową i poziomą.





$$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \qquad \cos\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

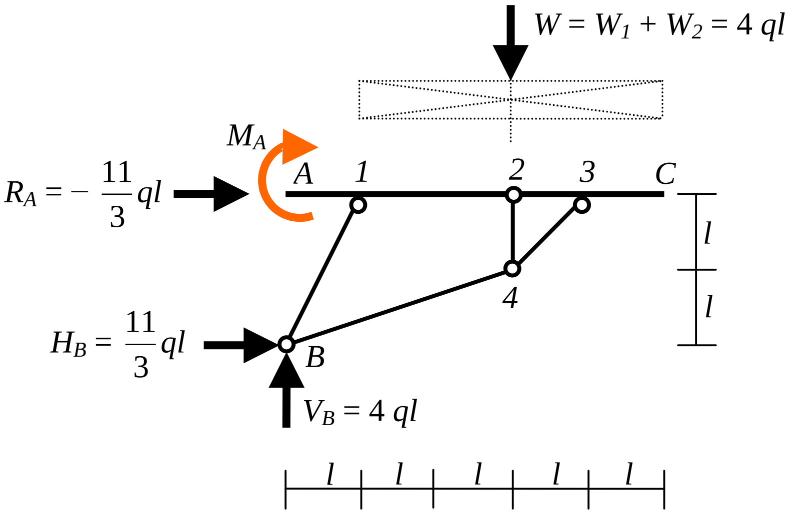
Zapisujemy równanie rzutów sił na oś ξ dla węzła podporowego B.

$$\sum_i P_{i\xi}^B = 0: \quad V_B \cdot \sin\beta - H_B \cdot \cos\beta - S_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta + S_1 \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta = 0 \quad \Rightarrow \quad H_B = \frac{11}{3}ql$$

Pozostałe reakcje wyznaczymy z równań równowagi zapisanych dla całego układu. Reakcję poziomą R_A obliczymy korzystając z równania rzutów sił na oś poziomą.

$$\sum_i P_{ix} = 0: \qquad R_A + H_B = 0 \qquad \Rightarrow \qquad R_A = -\frac{11}{3}ql$$

Moment podporowy M_A w miejscu podpory teleskopowej możemy wyznaczyć z równania momentów dla całego układu względem punktu B.



Równanie to ma postać:

$$\sum_i M_{iB} = 0: \qquad -R_A \cdot 2l - M_A - W \cdot 3l = 0 \qquad \Rightarrow \qquad M_A = -\frac{14}{3}ql^2$$

Sprawdzenie poprawności przeprowadzonych obliczeń wykonamy zapisując równanie równowagi, z którego wcześniej nie korzystaliśmy. Może to być na przykład równanie momentów dla całego układu względem punktu C.

$$\sum_i M_{iC} = 0: \quad H_B \cdot 2l - V_B \cdot 5l - M_A + W \cdot 2l = \frac{11}{3}ql \cdot 2l - 4\,ql \cdot 5l - \left(-\frac{14}{3}ql^2\right) + 4\,ql \cdot 2l =$$

$$= \frac{22}{3}\,ql^2 - 20\,ql^2 + \frac{14}{3}ql^2 + 8\,ql^2 = 0$$

Równanie spełnione jest tożsamościowo.