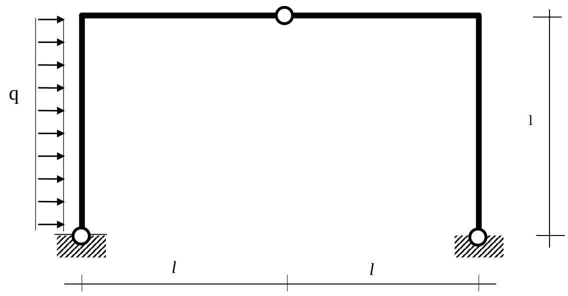
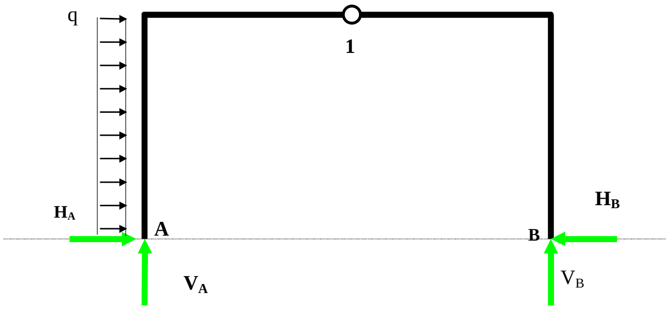
# Przykład 3.1. Rama „trójprzegubowa”

Wyznaczyć reakcje w ramie o podanym schemacie statycznym.



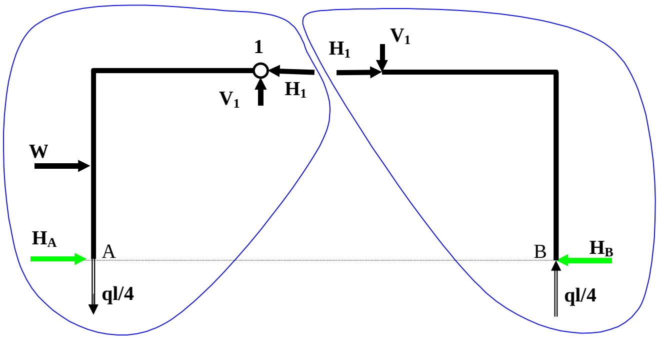

Rozwiązanie

Uwalniamy układ z więzów wprowadzając odpowiadające im reakcje.




Przedstawiony układ sił musi spełniać 3 warunki równowagi, a ilość niewiadomych składowych reakcji wynosi 4. Zatem te równania równowagi nie wystarczą do wyznaczenia wszystkich niewiadomych. Dzięki wspólnej linii działania reakcji $H_A$ i $H_B$, możliwe jest obliczenie wartości składowych pionowych reakcji -$V_A$ i $V_B$ . Ponieważ w punkcie A przecinają się linie działania trzech z czterech niewiadomych reakcji wykorzystamy równanie równowagi $\sum_i M_{iA} = 0$ do obliczenia reakcji $V_B$ (wybór tego bieguna eliminuje z równania pozostałe niewiadome). Po zastąpieniu obciążenia ciągłego jego wypadkową W o wartości równej ql przyłożoną w środku odcinka obciążenia równanie to dla naszego zadania przyjmuje postać: $V_B\, 2l - W\, l/2 = 0$, i stąd $\mathbf{V_B = ql/4}$.
Obliczenie $V_A$ możemy przeprowadzić analogicznie - wykorzystując równanie równowagi $\sum_i M_{iB} = 0$. Przyjmuje ono postać: $-V_A\, 2l - W\, l/2 = 0$, skąd $\mathbf{V_A = -ql/4}$ (znak minus oznacza, że reakcja ta ma zwrot przeciwny do założonego na rysunku).
Trzecie równanie równowagi (np. $\sum_i P_{ix} = 0$) pozwala jedynie ustalić zależność między reakcjami $H_A$ i $H_B$.

Po podzieleniu układu w przegubie 1 (rysunek poniżej) otrzymujemy dwa układy sił z nowymi niewiadomymi $V_1$ i $H_1$ - oddziaływaniami w tym połączeniu. Zyskujemy dodatkowo równania równowagi, które muszą być spełnione zarówno przez układ sił $V_A$ , $H_A$ ,$V_1$ , $H_1$ i W (lewa strona podziału) i przez układ $V_B$ ,$H_B$ $V_1$ i $H_1$ (prawa strona podziału).



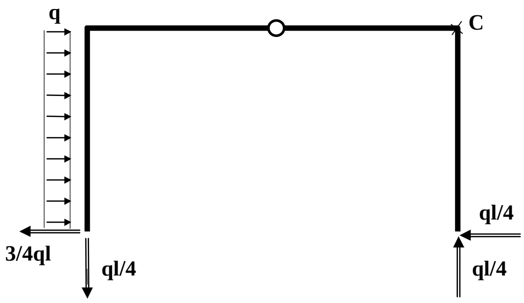

Mając na celu wyznaczenie reakcji $H_A$ i $H_B$ wykorzystamy tylko te z równań równowagi, w których nie wystąpią nowe niewiadome $V_1$ i $H_1$. Punktem, gdzie przecinają się linie działania tych reakcji jest przegub 1, przyjmijmy więc jako biegun obliczania momentów ten punkt. Zatem równanie równowagi dla części prawej przyjmie postać:

$\sum_i M_{i1}^{prawa} = 0 \Rightarrow V_B\, l - H_B\, l = 0$ skąd $\mathbf{H_B = ql/4}$,

a dla części lewej

$\sum_i M_{i1}^{lewa} = 0 \Rightarrow ql/4\, l + H_A\, l + Wl/2 = 0$ skąd $\mathbf{H_A = -\ 3/4q}$.

Rozwiązanie przedstawia się następująco:

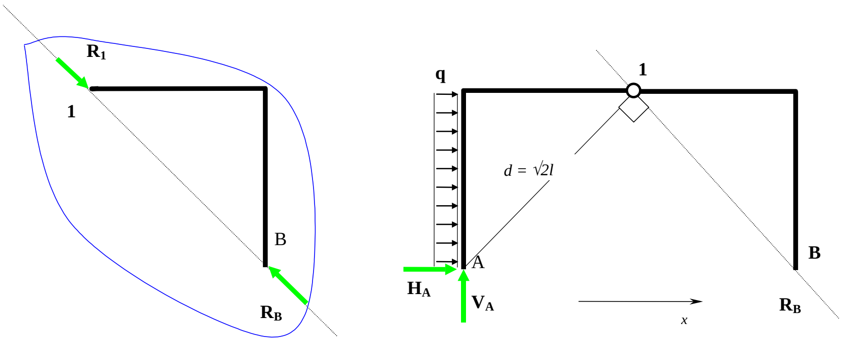



Do sprawdzenia poprawności obliczeń może być użyte niewykorzystane wcześniej równanie równowagi dla całego układu. Pozostały równania: $\sum_i P_{i\eta} = 0$ (oś η nie może być prostopadła do linii AB) lub $\sum_i M_{iC} = 0$ ( punkt C nie może leżeć na linii AB).

Sprawdzimy, czy obliczone wartości reakcji spełniają równanie równowagi np. $\sum_i M_{iC} = 0$.

$$\sum_i M_{iC} = V_A\, 2l - H_A\, l - H_B\, l + Wl/2 = ql/4\, 2l - 3/4ql\, l - ql/4\, l + ql\, l/2 = 0.$$

Rozwiązanie tego zadania może przebiegać na wiele sposobów. Istotne jest spostrzeżenie, że część prawa układu nie jest obciążona. Na tę część działają więc tylko dwie reakcje w przegubach B i 1, a to oznacza, że muszą one mieć wspólny kierunek (warunek równowagi dwóch sił).




Wykorzystując tę informację o kierunku reakcji w podporze B uzyskujemy układ sił pozwalający obliczyć wartości reakcji z trzech warunków równowagi całego układu. Zapisując kolejno równania:

$$\sum_i M_{iA} = 0 \ , \ \sum_i M_{iB} = 0 \ , \ \sum_i P_{ix} = 0$$

uzyskujemy $R_B\sqrt{2}\, l - ql\, l/2 = 0$, $\quad -V_A\, 2l - ql\, l/2 = 0$, $\quad H_A + ql - R_B\sqrt{2}/2 = 0$

i obliczamy wartości $\mathbf{R_B = \sqrt{2}/4\, ql}$, $\mathbf{V_A = -\, ql/4}$, $\mathbf{H_A = -\, 3/4ql}$.

Łatwo sprawdzić, że obliczona reakcja $R_B$ jest wypadkową obliczonych wcześniej składowych $V_B$ i $H_B$ .

Zadanie do przemyślenia

Jak wykorzystać rozwiązanie poprzedniego zadania do wyznaczenia reakcji w następującej ramie?