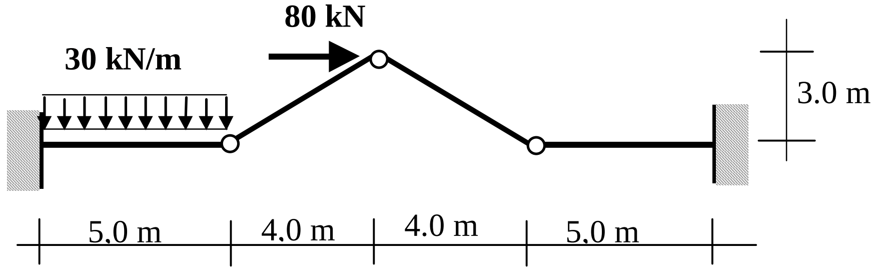
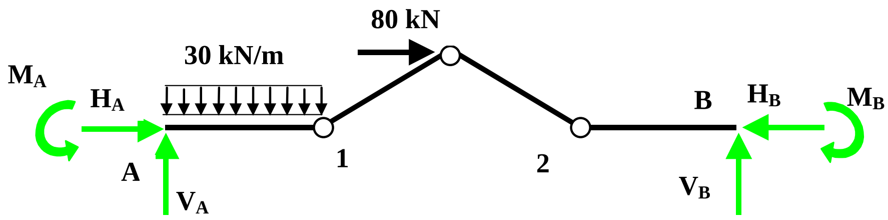
Przykład 3.4. Układ belkowo- kratowy

Wyznaczyć reakcje.

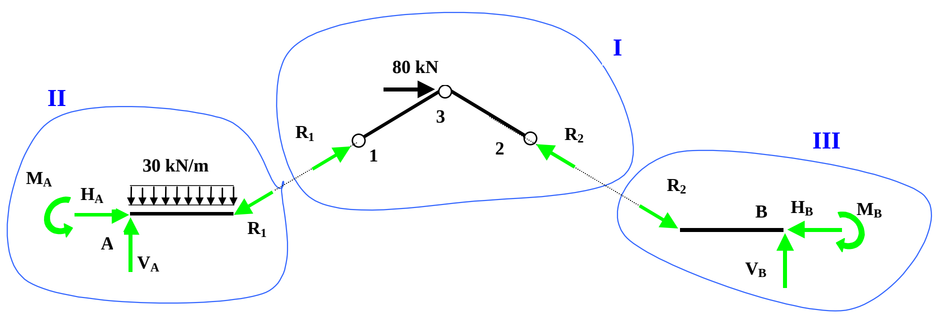


Rozwiązanie

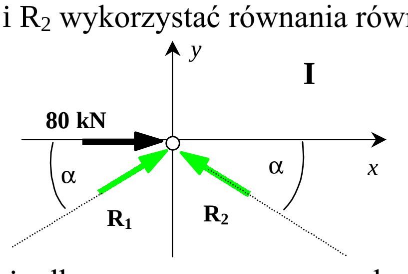
Uwalniamy układ z więzów wprowadzając ich właściwe reakcje i otrzymujemy układ sił przedstawiony na rysunku.



Nieznanych jest 6 składowych opisujących reakcje podpór. W celu ich wyznaczenia podzielmy konstrukcję wyjściową na części w ten sposób, aby wydzielić układ trójprzegubowy. Część I wydzielona przegubami 1 i 2 stanowi taki układ.



Zauważmy, że dokładniej mamy tu do czynienia z układem prętów prostych, obciążonych tylko na końcach i połączonych przegubem, czyli z kratownicą o jednym węźle. Możemy zatem ustalić kierunki wzajemnego oddziaływania w przegubach 1 i 2 i do policzenia oddziaływań wewnętrznych R_1 i R_2 wykorzystać równania równowagi węzła 3.



Z podanych odległości wynika, że dla oznaczonego na rysunku kąta α:

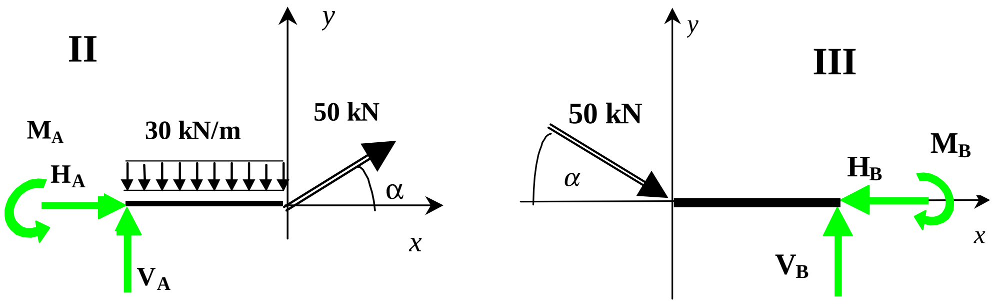
$\cos\alpha = 4/5$,

$\cos(90-\alpha) = \sin\alpha = 3/5$.

Równania równowagi węzła: $\sum_i P_{ix}^{I} = 0$ i $\sum_i P_{iy}^{I} = 0$ przyjmują postać:

$R_1 \cos\alpha + 80$ kN – $R_2 \cos\alpha = 0$ i $R_1 \cos(90-\alpha) + R_2 \cos(90-\alpha) = 0$,
i stąd $R_1 = -50$ kN, $R_2 = 50$ kN.
W dalszej części rozwiązania uwzględniony będzie rzeczywisty zwrot reakcji R_1.

Wykorzystamy obliczone wielkości R_1 i R_2 do wyznaczenia reakcji podporowych rozważając równowagę części II i III.



Zapisując kolejno równania

$$\sum_i P_{ix}^{II} = 0 \Rightarrow H_A + 4/5(50\text{ kN}) = 0$$

$$\sum_i P_{iy}^{II} = 0 \Rightarrow V_A + 3/5(50\text{ kN}) - 30\text{ kN/m} \cdot 5\text{m} = 0$$

$$\sum_i M_{iA}^{II} = 0 \Rightarrow M_A + 3/5(50\text{kN}) \cdot 5\text{m} - (30\text{kN/m} \cdot 5\text{m}) \cdot 2.5\text{m} = 0$$

otrzymamy wartości
$H_A = -40$ kN, $V_A = 120$ kN, $M_A = 225$ kNm.

Analogicznie dla części III mamy równania:

$$\sum_i P_{ix}^{III} = 0 \Rightarrow -H_B + 4/5(50\text{ kN}) = 0$$

$$\sum_i P_{iy}^{III} = 0 \Rightarrow V_B - 3/5(50\text{ kN}) = 0$$

$$\sum_i M_{iB}^{III} = 0 \Rightarrow -M_B + 3/5(50\text{kN}) \cdot 5\text{m} = 0,$$

z których otrzymujemy wartości:
$H_B = 40$ kN, $V_B = 30$ kN, $M_B = 150$ kNm.

Ostatecznie rozwiązanie ma postać: