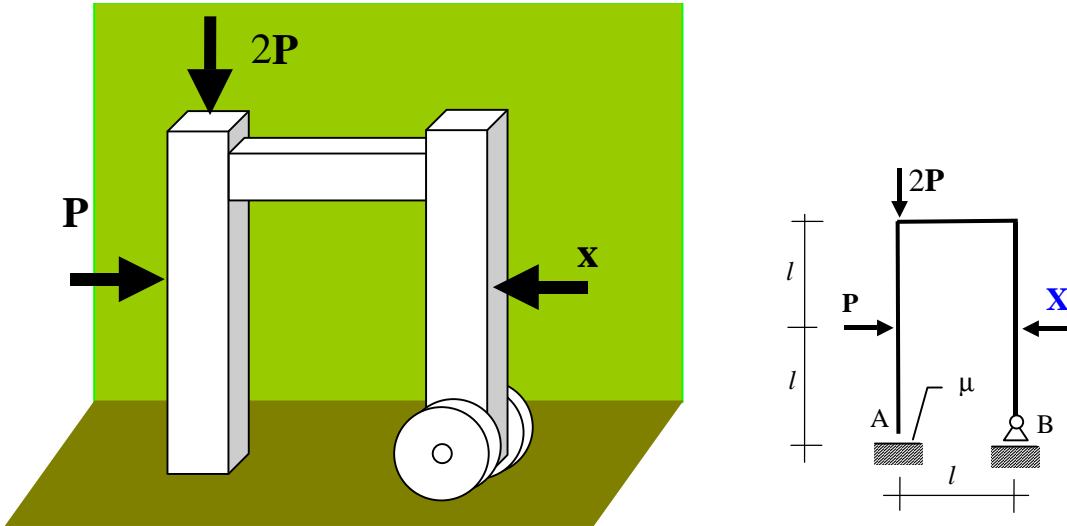


### Przykład 4.4. Rama obciążona siłą o zmiennej wartości

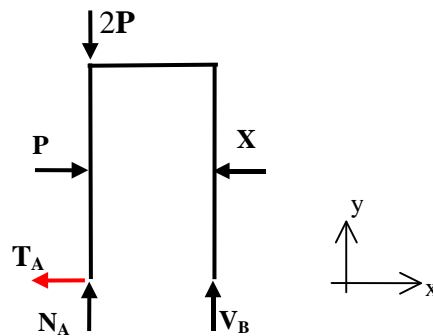
W lewej podporze przedstawionej ramy może występować tarcie. Współczynnik tarcia wynosi  $\mu$ . Rama jest nieważka. Obciążenie ramy stanowią: pionowa siła  $2P$  stała pozioma siła  $P$  i zmienna  $X$ . Wyznaczyć w jakich granicach może zmieniać się wartość siły  $X$ , aby układ pozostawał w równowadze.

Poniżej przedstawiono rysunek ramy i jej schemat statyczny, na którym określono wymiary.



### Rozwiązanie

Układ sił po uwolnieniu od więzów przedstawiono na rysunku poniżej.



Składowa pozioma reakcji w podporze A (jedyna reakcja pozioma) musi równoważyć obciążenie poziome. Jej zwrot będzie zatem zależeć od wartości siły  $X$ . Ponieważ składowa pozioma w punkcie A jest siłą tarcia musi spełniać nierówność  $|T_A| \leq \mu N_A$ . Obliczmy z równań równowagi składowe reakcji  $T_A$  i  $N_A$ . Wystarczy zatem wykorzystać równania:

$$\sum_i M_{iB} = 0 \Rightarrow -N_A l - P l + 2P l + X l = 0 \text{ i } \sum_i P_{ix} = 0 \Rightarrow -T_A + P - X = 0, \text{ aby otrzymać:}$$

$N_A = P + X$ ,  $T_A = P - X$ . Załóżmy, że  $X \leq P$ , a więc  $T_A = P - X$  jest wielkością dodatnią

Warunek tarcia przyjmuje postać  $P - X \leq \mu(P + X)$ , a to prowadzi do warunku:

$$X \geq \left( \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \right) P.$$

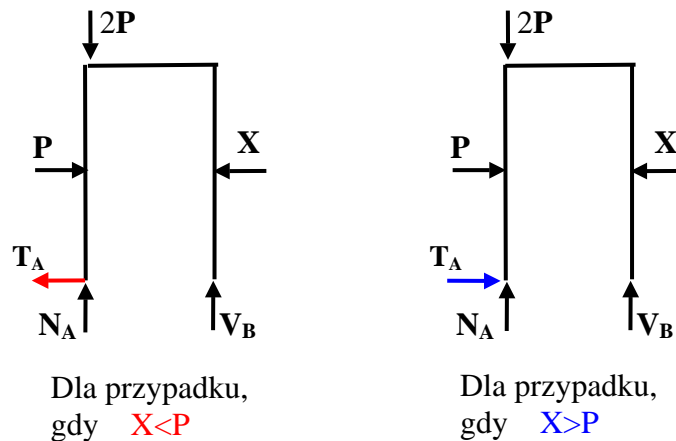
Rozważmy teraz przypadek odwrotny, gdy  $P \leq X$ . Przy takim założeniu  $T_A = P - X$  jest wielkością ujemną. Warunek tarcia przyjmuje postać  $-T_A \leq \mu N_A$ , a to prowadzi do warunku:  $-(P-X) \leq \mu(P+X)$ . Podstawiając otrzymane z warunków równowagi wielkości uzyskujemy drugie ograniczenia na wielkość  $X$ .

$$X \leq \left( \frac{1+\mu}{1-\mu} \right) P.$$

Ostatecznie możemy stwierdzić, że układ pozostanie w równowadze, gdy wartość siły czynnej  $X$  znajdować się będzie w przedziale:

$$\left( \frac{1-\mu}{1+\mu} \right) P \leq X \leq \left( \frac{1+\mu}{1-\mu} \right) P.$$

Wykorzystując do obliczeń prawo Coulomba, w którym występuje moduł siła tarcia rozważyliśmy obydwa przypadki zwrotu siły tarcia zależne od stosunku siły  $X$  do siły  $P$ . Rzeczywiste zwroty siły tarcia przedstawiono poniżej na rysunku.



Przeanalizujemy otrzymane rozwiązanie dla konkretnej wartości współczynnika tarcia np.  $\mu=1/5$ . Wtedy  $2/3P \leq X \leq 3/2 P$ . Warto zauważyć, że granicznymi wartościami obciążenia  $X=2/3 P$  i  $X=3/2P$  odpowiadają różne wartości poziomej reakcji - odpowiednio  $1/3P$  i  $1/2P$ .