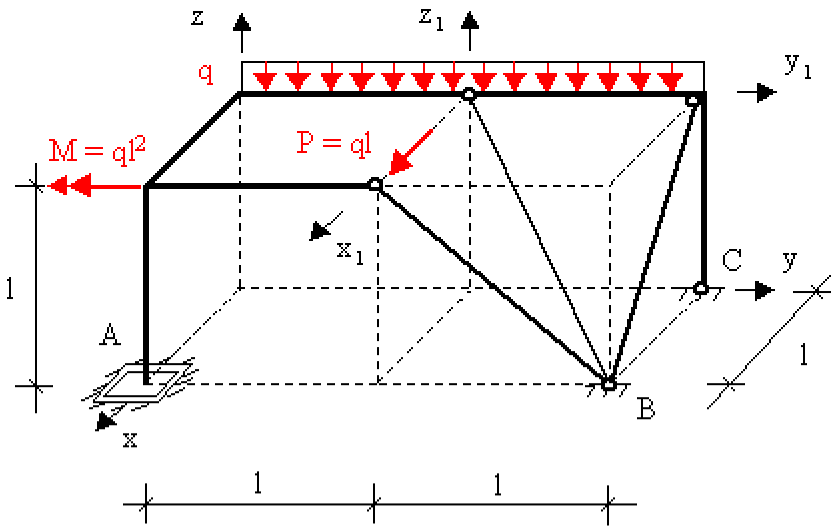
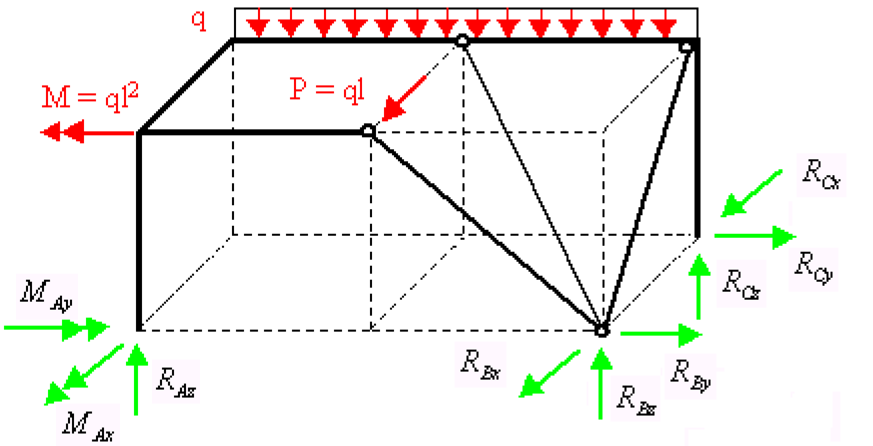
Przykład 5.5. Układ przestrzenny III

Wyznaczyć reakcje i siły w prętach zakończonych obustronnie przegubami, w ramie przestrzennej o podanym schemacie.

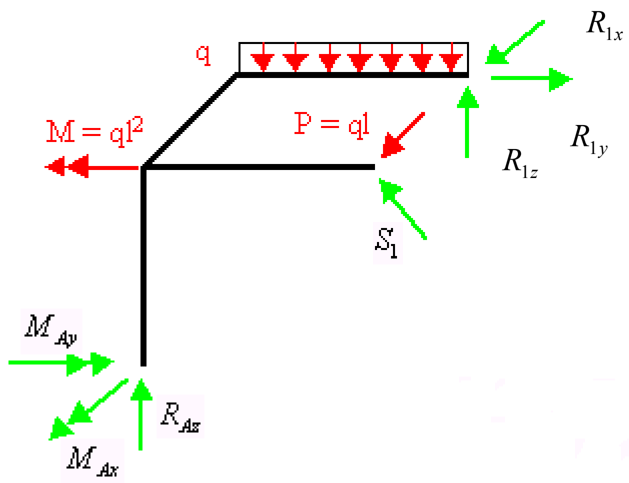


Rozwiązanie.

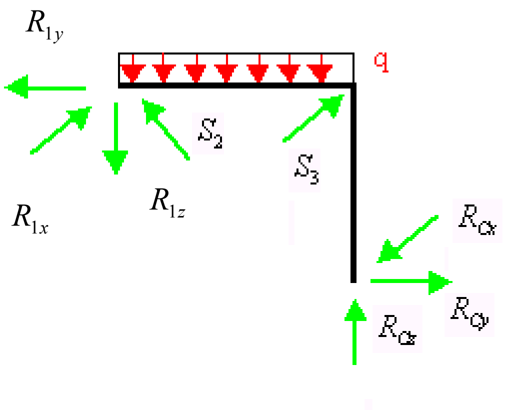
Uwalniamy układ przestrzenny z więzów wprowadzając odpowiadające im reakcje.



W/w układ przestrzenny możemy potraktować jako dwa elementy przestrzenne połączone ze sobą za pośrednictwem przegubu. Element I podparty jest teleskopowo w punkcie A oraz oparty jest na podporze przegubowej nieprzesuwnej w punkcie B za pośrednictwem pręta dwuprzegubowego. Element II oparty jest na podporze przegubowej nieprzesuwnej w punkcie C oraz oparty jest na podporze przegubowej nieprzesuwnej w punkcie B za pośrednictwem dwóch prętów dwuprzegubowych. W prętach (obustronnie zakończonych przegubami), które nie są obciążone w przęśle występują tylko siły osiowe. Nie znamy dwunastu reakcji i oddziaływań: R_{Az}, M_{Ax}, M_{Ay}, S_1, S_2, S_3, R_{Cx}, R_{Cy} i R_{Cz}. Dla przedstawionego na schemacie układu ramowego można zapisać dwanaście warunków równowagi (2 x 6). Zatem układ jest statycznie wyznaczalny. Składowe reakcji R_B: R_{Bx}, R_{By} i R_{Bz} wyznaczymy z warunków równowago węzła B po obliczeniu sił w prętach dwuprzegubowych opartych na tej podporze: S_1, S_2 i S_3. Rozwiązanie tego zadania może przebiegać na wiele sposobów. Zapisując kolejne równania równowagi należy dążyć do tego, aby były to równania z jedną niewiadomą (o ile to możliwe). Pamiętać należy przy tym, że moment siły (siła $\neq$ 0) względem osi jest równy zeru, jeśli wektor siły jest równoległy do osi lub linia działania siły przecina się z osią. Należy zauważyć, że do rozwiązania niniejszego zadania wystarczy wykorzystać dziewięć równań, bez konieczności obliczania oddziaływań w przegubie.



Element I



Element II

Zapisujemy kolejno warunki równowagi. Należy zauważyć, że z uwagi na sposób połączenia elementów (przegub), zarówno dla elementu I, elementu II jak i całości układu przestrzennego suma momentów liczona względem przegubu musi być równa zeru, a co za tym idzie i sumy momentów względem osi x, y i z przechodzących przez przegub (rzuty wektora momentu względem przegubu na poszczególne osie).

Równania równowagi możemy zapisywać zarówno dla całego układu przestrzennego, jak i dla każdej z części z osobna.

$$\sum M_{iy1}^{II} = 0 \qquad -R_{Cx} = 0 \qquad \rightarrow \qquad R_{Cx} = 0$$

$$\sum M_{iz1}^{II} = 0 \qquad S_3 \frac{\sqrt{2}}{2} l - R_{Cx} l = 0 \qquad \rightarrow \qquad S_3 = 0$$

$$\sum M_{iz1}^{I} = 0 \qquad -S_1 \frac{\sqrt{2}}{2} l = 0 \qquad \rightarrow \qquad S_1 = 0$$

$$\sum P_{ix} = 0 \qquad R_{Cx} - S_3 \frac{\sqrt{2}}{2} - S_2 \frac{1}{\sqrt{3}} + ql = 0 \qquad \rightarrow \qquad S_2 = \sqrt{3} ql$$

$$\sum P_{iy} = 0 \qquad R_{Cy} - S_1 \frac{\sqrt{2}}{2} - S_2 \frac{1}{\sqrt{3}} = 0 \qquad \rightarrow \qquad R_{Cy} = ql$$

$$\sum M_{ix1}^{II} = 0 \qquad R_{Cz} l + R_{Cy} l + S_3 \frac{\sqrt{2}}{2} l - ql \cdot \frac{l}{2} = 0 \qquad \rightarrow \qquad R_{Cz} = -\frac{ql}{2}$$

Znak minus oznacza, że zwrot wektora siły R_{Cz} jest przeciwny do założonego

$$\sum P_{iz} = 0 \qquad R_{Az} + R_{Cz} + S_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + S_2 \frac{1}{\sqrt{3}} + S_3 \frac{\sqrt{2}}{2} - 2ql = 0 \qquad \rightarrow \qquad R_{Az} = \frac{3}{2} ql$$

$$\sum M_{ix1}^{I} = 0 \qquad M_{Ax} - R_{Az} l + ql \cdot \frac{l}{2} = 0 \qquad \rightarrow \qquad M_{Ax} = ql^2$$

$$\sum M_{iy1}^{I} = 0 \qquad M_{Ay} - R_{Az} l - ql^2 - S_1 \frac{\sqrt{2}}{2} l = 0 \qquad \rightarrow \qquad R_{Ax} = \frac{5}{2} ql^2$$

W celu sprawdzenia poprawności obliczeń korzystamy z warunku równowagi, z którego nie korzystaliśmy poprzednio.

$$\sum M_{iz} = 0 \qquad -ql \cdot l + S_2 \frac{1}{\sqrt{3}} l = 0 \qquad \rightarrow \qquad -ql^2 + \sqrt{3} ql \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} l = 0$$

Z uwagi na to, że siły S_1 i S_3 są równe zeru reakcja R_B ma kierunek siły S_2.

$$R_B = S_2 = \sqrt{3} ql$$

W prętach zakończonych obustronnie przegubami występują siły: $S_1 = 0$, $S_2 = \sqrt{3} ql$ (ściskająca) i $S_3 = 0$.