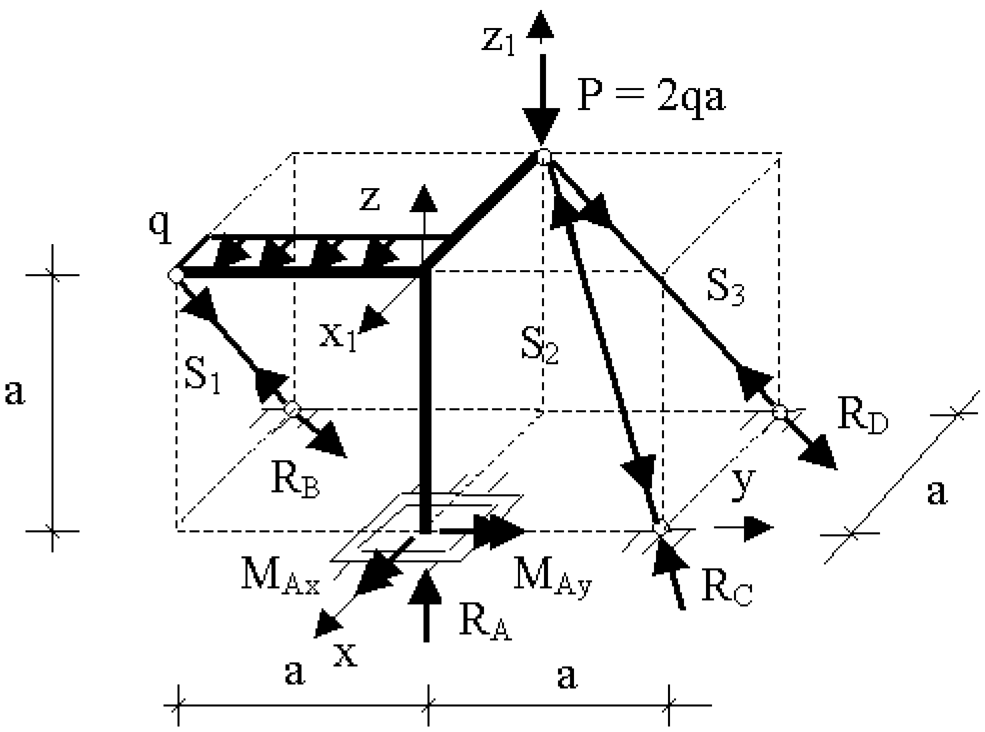
Przykład 5.7. Układ przestrzenny IV

Obliczyć reakcje i siły w prętach zakończonych obustronnie przegubami.



Przedstawiony element przestrzenny oparty jest za pośrednictwem teleskopu w punkcie A oraz na podporach przegubowych nieprzesuwnych w punktach B, C i D za pośrednictwem prętów dwuprzegubowych. W prętach (obustronnie zakończonych przegubami), które nie są obciążone w przęśle występują tylko siły osiowe. Z równowagi węzłów B, C i D wynika, że siły S_1, S_2 i S_3 mają odpowiednio te same wartości i kierunki działania co reakcje R_B, R_C i R_D. Znamy więc kierunki nieznanych reakcji R_B, R_C i R_D. Nie znamy ponadto trzech oddziaływań w podporze A: reakcji pionowej R_A oraz momentów M_{Ax} i M_{Ay}. Dla przedstawionej na schemacie ramy można zapisać sześć warunków równowagi. Zatem układ jest statycznie wyznaczalny. Zapisując kolejne równania równowagi należy dążyć do tego, aby były to równania z jedną niewiadomą.

$$\sum M_{z_1} = 0 \qquad qa\frac{a}{2} - R_B\frac{1}{\sqrt{2}}a = 0 \qquad \rightarrow \qquad R_B = qa\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sum M_{x_1} = 0 \qquad M_{Ax} + R_B\frac{1}{\sqrt{2}}a = 0 \qquad \rightarrow \qquad M_{Ax} = -\frac{qa^2}{2}$$

Znak minus oznacza, że zwrot wektora momentu M_{Ax} został założony przeciwnie do faktycznego.

$$\sum P_{ix} = 0 \qquad - R_B \frac{1}{\sqrt{2}} - R_C \frac{1}{\sqrt{3}} + qa = 0 \quad \rightarrow \quad R_C = qa\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sum P_{iy} = 0 \qquad + R_D \frac{1}{\sqrt{2}} - R_C \frac{1}{\sqrt{3}} = 0 \quad \rightarrow \quad R_D = qa\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sum P_{iz} = 0 \qquad R_A - R_B \frac{1}{\sqrt{2}} + R_C \frac{1}{\sqrt{3}} - R_D \frac{1}{\sqrt{2}} - 2qa = 0 \quad \rightarrow \quad R_A = \frac{5}{2}qa$$

$$\sum M_{iy} = 0 \qquad M_{Ay} + qaa - R_B \frac{1}{\sqrt{2}} a - 2qaa - R_D \frac{1}{\sqrt{2}} a = 0 \quad \rightarrow \quad M_{Ay} = 2qa^2$$

W prętach zakończonych obustronnie przegubami występują siły: $S_1 = R_B = qa\frac{\sqrt{2}}{2}$ (rozciągająca), $S_2 = R_C = qa\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ściskająca) i $S_3 = R_D = qa\frac{\sqrt{2}}{2}$ (rozciągająca).

W celu sprawdzenia poprawności obliczeń korzystamy z warunku równowagi, z którego nie korzystaliśmy poprzednio

$$\sum M_{iz} = 0 \qquad qa \cdot \frac{a}{2} - R_B \frac{1}{\sqrt{2}} a - R_D \frac{1}{\sqrt{2}} a + R_C \frac{1}{\sqrt{3}} a = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{qa^2}{2} - \frac{qa^2}{2} + \frac{qa^2}{2} - \frac{qa^2}{2} = 0$$