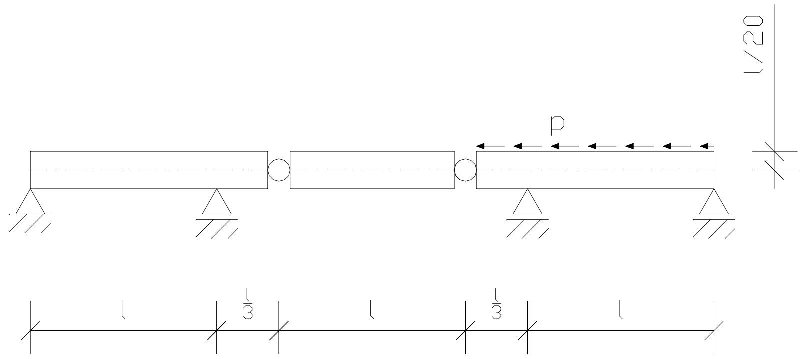
Przykład 7.5. Most kolejowy

Narysować wykresy sił przekrojowych, które powstają w moście o schemacie przedstawionym poniżej, podczas hamowania pociągu. Ponieważ odległości między osiami kół są małe w porównaniu z długością przęsła można założyć, że siła hamująca ma charakter obciążenia podłużnego równomiernie rozłożonego na wierzchu szyn. Odległość wierzchu szyny od osi mostu wynosi l/20.

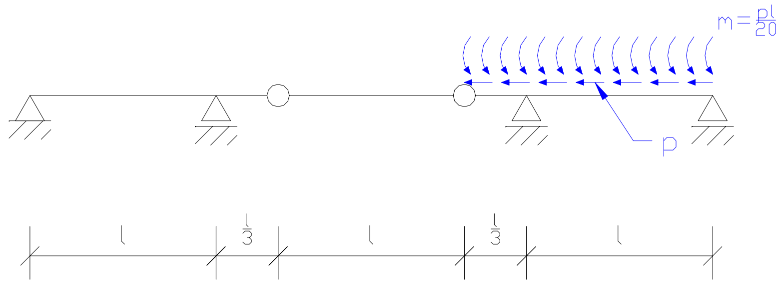


Rozwiązanie

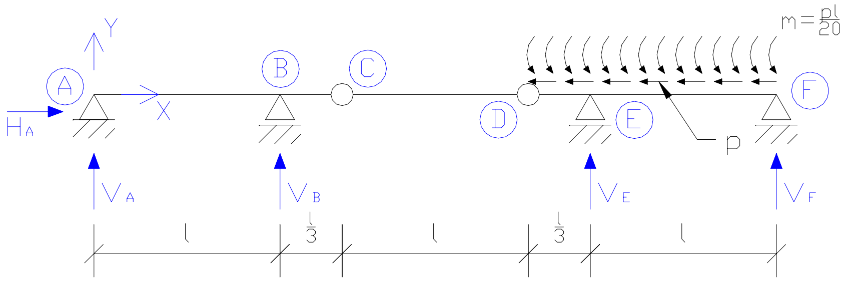
Aby obliczyć siły przekrojowe należy sprowadzić powstałe w wyniku hamowania pociągu obciążenie podłużne p do osi belki. Ponieważ nie działa ono wzdłuż osi mostu, lecz na mimośrodzie l/20, powoduje ono występowanie momentu równomiernie rozłożonego wzdłuż osi belki m. Wartość tego momentu jest równa iloczynowi siły p i mimośrodu l/20.

$$m = p \cdot \frac{l}{20} = \frac{pl}{20}$$

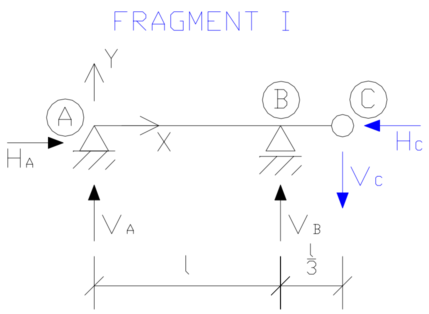
Tak więc oddziaływanie pociągu na most jest następujące:

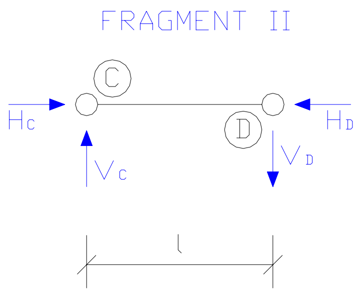


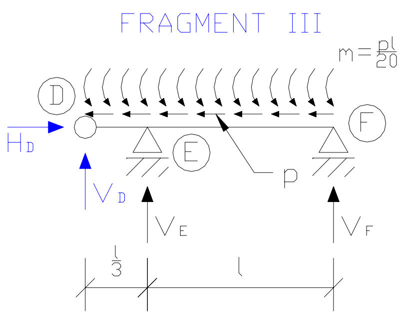
Rozwiązywanie zadania rozpoczynamy od oznaczenia punktów charakterystycznych, składowych reakcji i przyjęcia układu współrzędnych.



W celu obliczenia reakcji podzielimy schemat mostu na belki proste, korzystając z równań równowagi dla każdej z nich określimy reakcje podpór i siły wzajemnego oddziaływania na siebie belek:







Dla fragmentu III:

$$\sum P_x = 0 \Leftrightarrow H_D - p \cdot (\frac{l}{3} + l) = 0 \Rightarrow H_D = \frac{4}{3} pl$$

Dla fragmentu II:

$$\sum P_x = 0 \Leftrightarrow H_C - H_D = 0 \Rightarrow H_C = \frac{4}{3} pl$$

$$\sum M_C = 0 \Leftrightarrow V_D = 0$$

$$\sum M_D = 0 \Leftrightarrow V_C = 0$$

Dla fragmentu I:

$$\sum P_x = 0 \Leftrightarrow H_A - H_C = 0 \Rightarrow H_A = \frac{4}{3} pl$$

$$\sum M_A = 0 \Leftrightarrow V_B \cdot l - V_C \cdot \frac{4}{3} l = 0 \Rightarrow V_B = 0$$

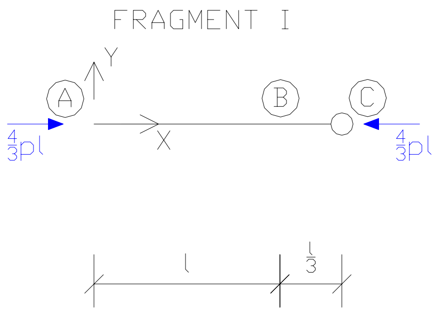
$$\sum M_B = 0 \Leftrightarrow V_A \cdot l + V_C \cdot \frac{1}{3} l = 0 \Rightarrow V_A = 0$$

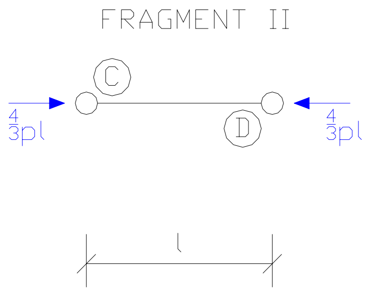
Dla fragmentu III:

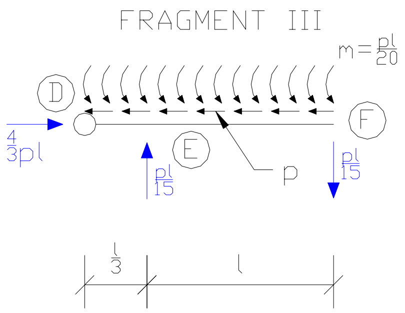
$$\sum M_F = 0 \Leftrightarrow V_B \cdot \frac{4}{3}l - m \cdot \frac{4}{3}l + V_E \cdot l = 0 \Rightarrow V_E = \frac{pl}{20} \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow V_E = \frac{pl}{15}$$

$$\sum P_y = 0 \Leftrightarrow V_B + V_E + V_F = 0 \Rightarrow V_F = -\frac{pl}{15}$$

Tak więc na most działają następujące siły:

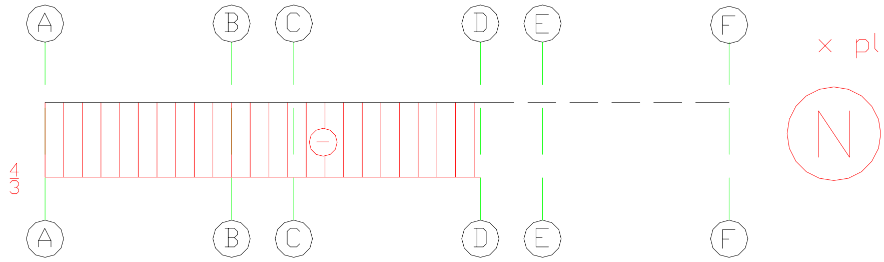




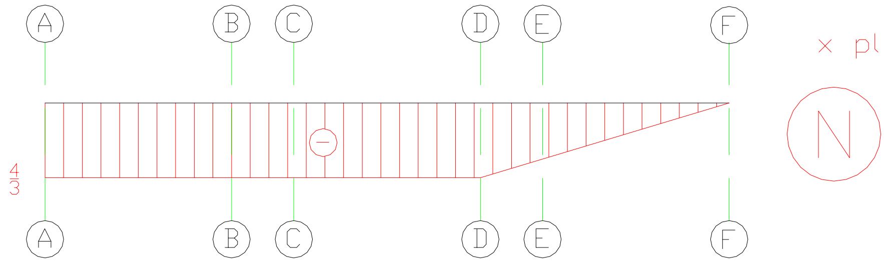


Wykres siły normalnej *N*

Jak widać, zarówno fragment I (przedział A-C), jak i II (przedział C-D) są równomiernie ściskane siłą $\frac{4}{3}pl$. Oznacza to, że na odcinku A-D siła normalna ma wartość $-\frac{4}{3}pl$.

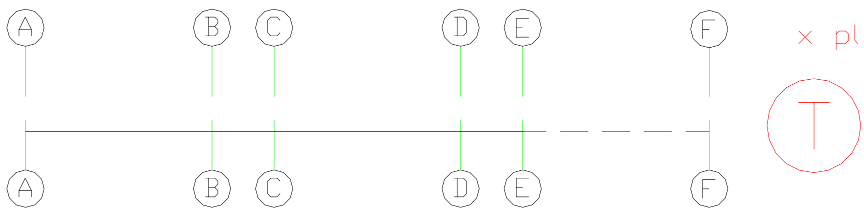


Pomiędzy punktami D i F działa liniowo rozłożone obciążenie *p*. Ponieważ obciążenie jest rozłożone liniowo siła *N* musi zmieniać się również liniowo aż do wartości zero na końcu belki.

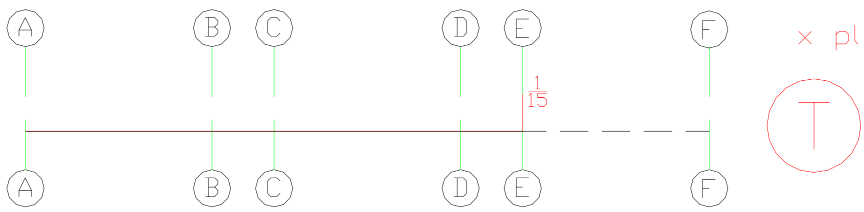


<u>Wykres siły poprzecznej *T*</u>

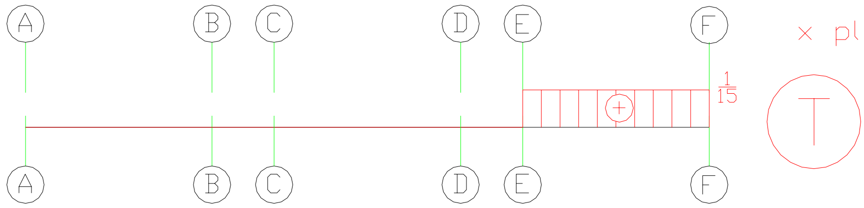
Na fragmentach I i II oraz częściowo III (odcinek D-E) mostu obciążenia poprzeczne nie występują, czyli $T=0$.



W punkcie D skierowana do góry siła $\frac{pl}{15}$, powoduje skokowe zwiększenie siły *T* o $\frac{pl}{15}$.

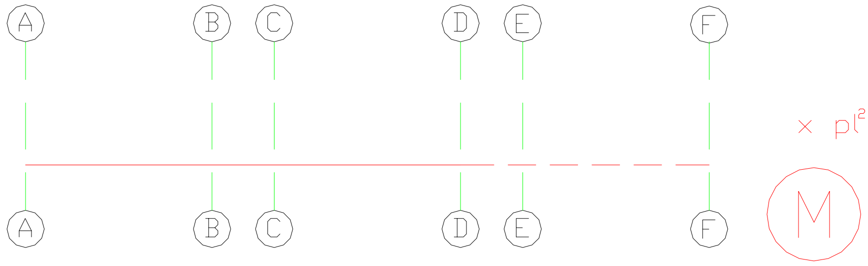


Brak obciążeń porzecznych rozłożonych na odcinku D-E powoduje, że wartość *T* aż do końca belki się nie zmienia.

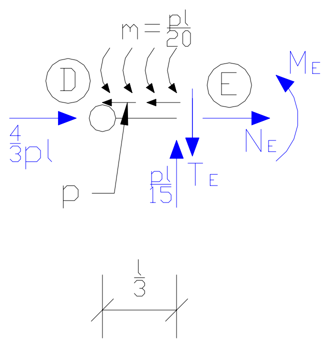


Wykres momentu zginającego *M*

Konsekwencją braku jakichkolwiek obciążeń poprzecznych i momentów pomiędzy punktami A i D jest niezginanie belki na tym odcinku.



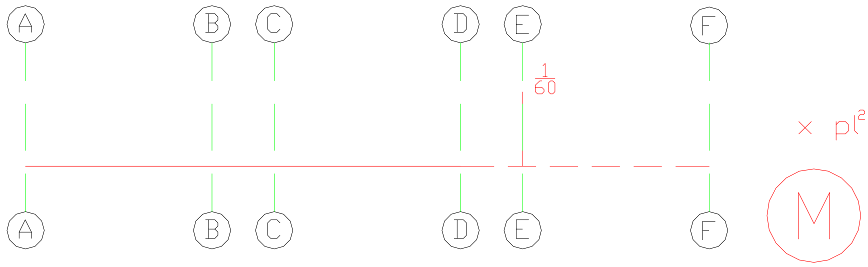
Ponieważ na odcinkach D-E i E-F działają momenty zginające rozłożone liniowo, nie występują natomiast momenty skupione, ani też obciążenia poprzeczne rozłożone, wykres *M* na tych odcinkach musi być liniowo zmienny i bez skokowych zmian wartości. Policzmy wartość momentu w punkcie E. W tym celu rozpatrzymy lewą część fragmentu III belki.



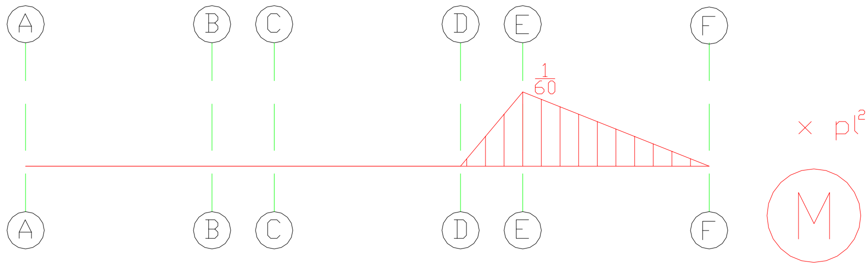
Warunek równowagi ma postać:

$$\sum M = 0 \Leftrightarrow m \cdot \frac{l}{3} + M_E = 0 \Rightarrow M_E = -\frac{pl}{60}$$

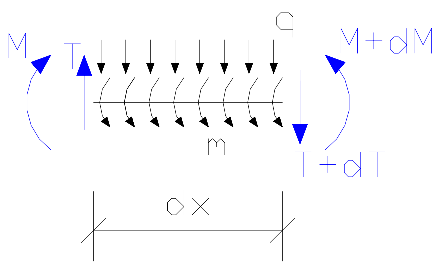
W punktach D i F moment zginający ma wartość zero. Wynika to z faktu, że przegub w punkcie D ani po lewej, ani po prawej stronie nie jest obciążony momentem skupionym, podobnie nie obciążony momentem skupionym jest prawy koniec belki (punkt F).



Ponieważ wykres *M* na odcinkach D-E i E-F jest liniowy (co wykazano wcześniej) więc wykres *M(x)* ma następujący kształt:



Należy zauważyć, że w przypadku występowania równomiernie rozłożonego momentu *m* we wzmiankowanych w przykładzie 7.2. różniczkowych warunkach równowagi należy uwzględnić ten moment:



Stąd

$$\frac{dM}{dx} \equiv T - m, \qquad \frac{dT}{dx} \equiv -q$$

Dla ukazania zależności pomiędzy geometrią, sposobem podparcia i obciążenia belki oraz wykresami sił przekrojowych umieszczony został poniżej rysunek zbiorczy.