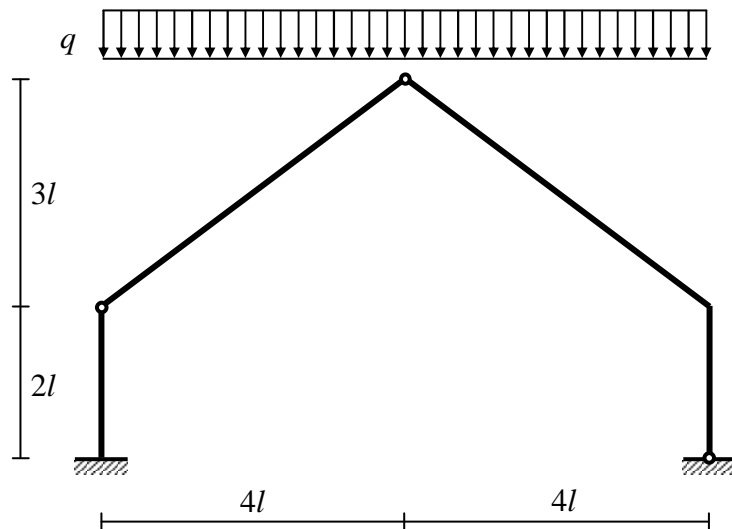
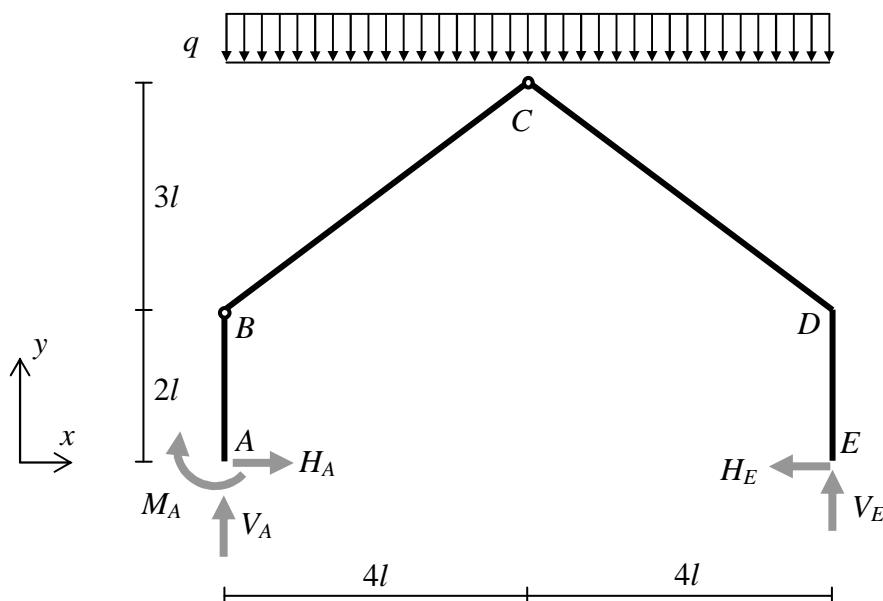


### Przykład 8.6. Rama obciążona obciążeniem ciągłym (typ II)

Polecenie: Dla poniższej ramy sporządzić wykresy sił przekrojowych.

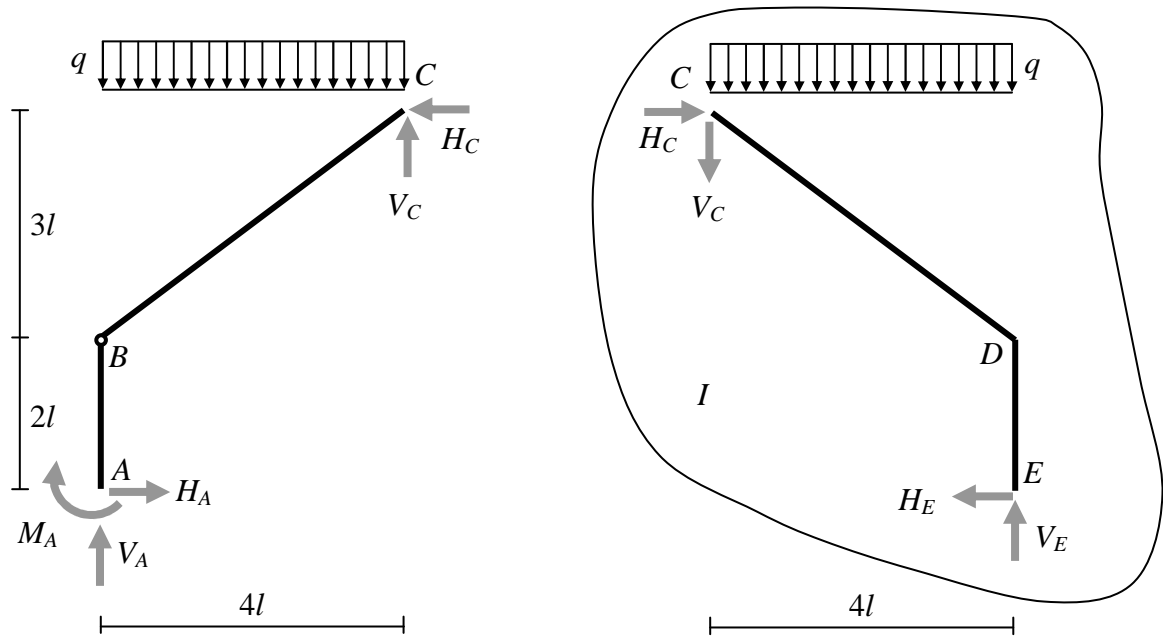


Oznaczamy punkty charakterystyczne: podpory A i E, przeguby B i C oraz węzeł sztywny D. W układzie oswoobodzonym od więzów podpory zastępujemy reakcjami. Wektory nieznanymi reakcji, oddziaływań lub sił przekrojowych zaznaczamy szarym kolorem. Po wyznaczeniu ich wartości zmieniamy kolor na czarny.

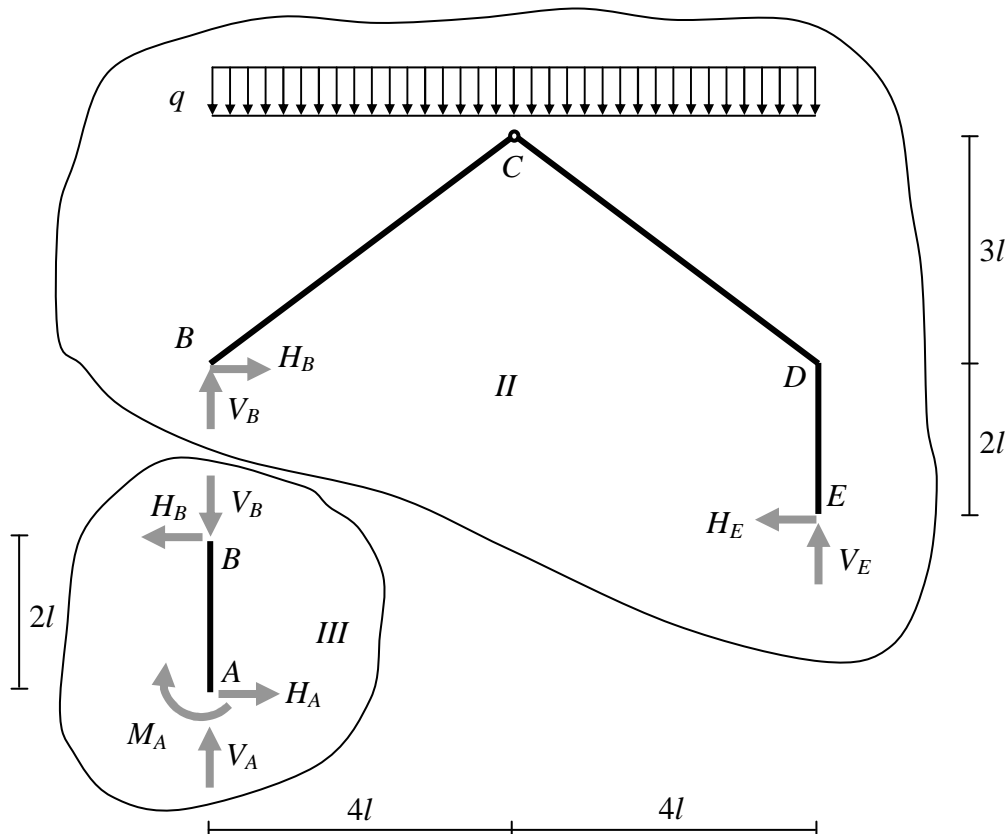


Żadne równanie równowagi zapisane dla całego układu nie umożliwi wyznaczenia wprost którejkolwiek reakcji. Poza tym ze względu na obciążenie ciągłe działające na pręt BC nie znamy kierunku oddziaływań w przegubach B i C. Należy podzielić układ na podukłady. W przegubowej podporze E działają dwie składowe reakcje. Zapiszemy dwa równania, w których wystąpi  $V_E$  i  $H_E$ . Podukładem pierwszym jest część układu znajdująca się na prawo od przegubu C, drugim część układu znajdująca się na prawo od przegubu B. Dla obu podukładów zapisujemy równania sumy momentów względem przegubów, odpowiednio

$C$  i  $B$ . W każdym z tych równań występują te same dwie niewiadome. Następnie należy rozwiązać otrzymany układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi. Możemy uniknąć konieczności rozwiązywania układu równań przyjmując składowe reakcji podpory  $E$  w układzie osi obróconych w stosunku do układu  $xy$ . Jedna ze składowych miałaby kierunek równoległy do prostej przechodzącej przez punkty  $CE$ , druga byłaby do niej prostopadła. Czytelnikowi polecamy podjęcie próby wyznaczenia reakcji tym sposobem.



$$\sum_i M_{iC}^I = 0 \Leftrightarrow V_E \cdot 4l - H_E \cdot 5l - q \cdot 4l \cdot \frac{1}{2} \cdot 4l = 0 \Rightarrow V_E \cdot 4l - H_E \cdot 5l - 8ql^2 = 0$$



$$\sum_i M_{iB}^{II} = 0 \Leftrightarrow V_E \cdot 8l - H_E \cdot 2l - q \cdot 8l \cdot \frac{1}{2} 8l = 0 \Rightarrow V_E \cdot 8l - H_E \cdot 2l - 32ql^2 = 0$$

Układ równań ma postać

$$\begin{aligned} V_E \cdot 4l - H_E \cdot 5l - 8ql^2 &= 0 \\ V_E \cdot 8l - H_E \cdot 2l - 32ql^2 &= 0 \quad | \div 2 \end{aligned}$$

Po podzieleniu drugiego równania przez 2 i odjęciu od pierwszego dostajemy

$$-H_E \cdot 4l + 8ql^2 = 0 \Rightarrow H_E = 2ql$$

Korzystając z pierwszego równania (wybór równania nie ma znaczenia) otrzymujemy

$$V_E \cdot 4l - H_E \cdot 5l - 8ql^2 = 0 \Rightarrow V_E \cdot 4l - 2ql \cdot 5l - 8ql^2 = 0 \Rightarrow V_E = \frac{9}{2} ql$$

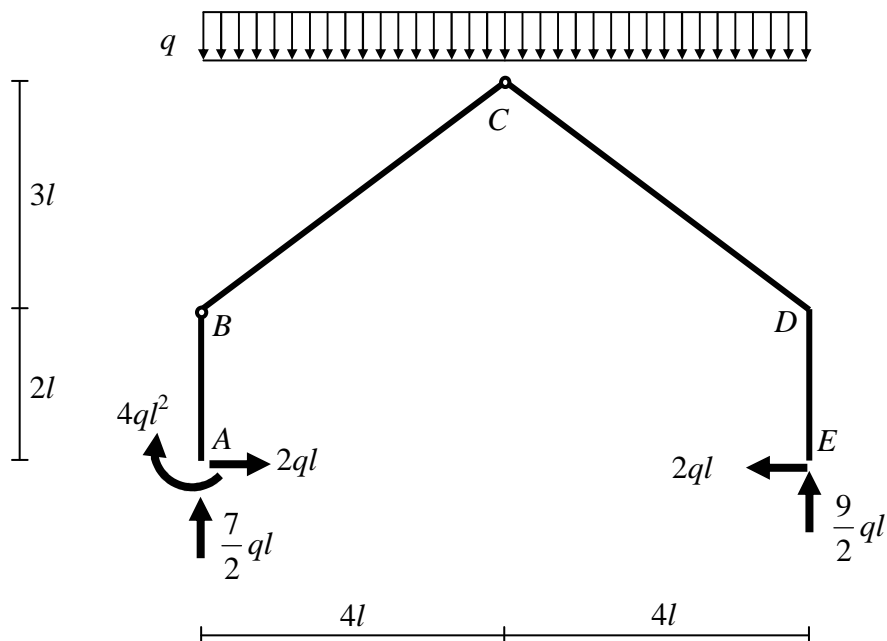
Zapisujemy równania sumy rzutów sił dla całego układu.

$$\sum_i P_{ix} = 0 \Leftrightarrow H_A - H_E = 0 \Rightarrow H_A = H_E = 2ql \Rightarrow H_A = 2ql$$

$$\sum_i P_{iy} = 0 \Leftrightarrow V_A + V_E - q \cdot 8l = 0 \Rightarrow V_A = 8ql - V_E = 8ql - \frac{9}{2} ql = \frac{7}{2} ql \Rightarrow V_A = \frac{7}{2} ql$$

Moment podpory A wyznaczamy z równania sumy momentów względem punktu B dla części III.

$$\sum_i M_{iB}^{III} = 0 \Leftrightarrow H_A \cdot 2l - M_A = 0 \Rightarrow M_A = H_A \cdot 2l = 2ql \cdot 2l = 4ql^2 \Rightarrow M_A = 4ql^2$$

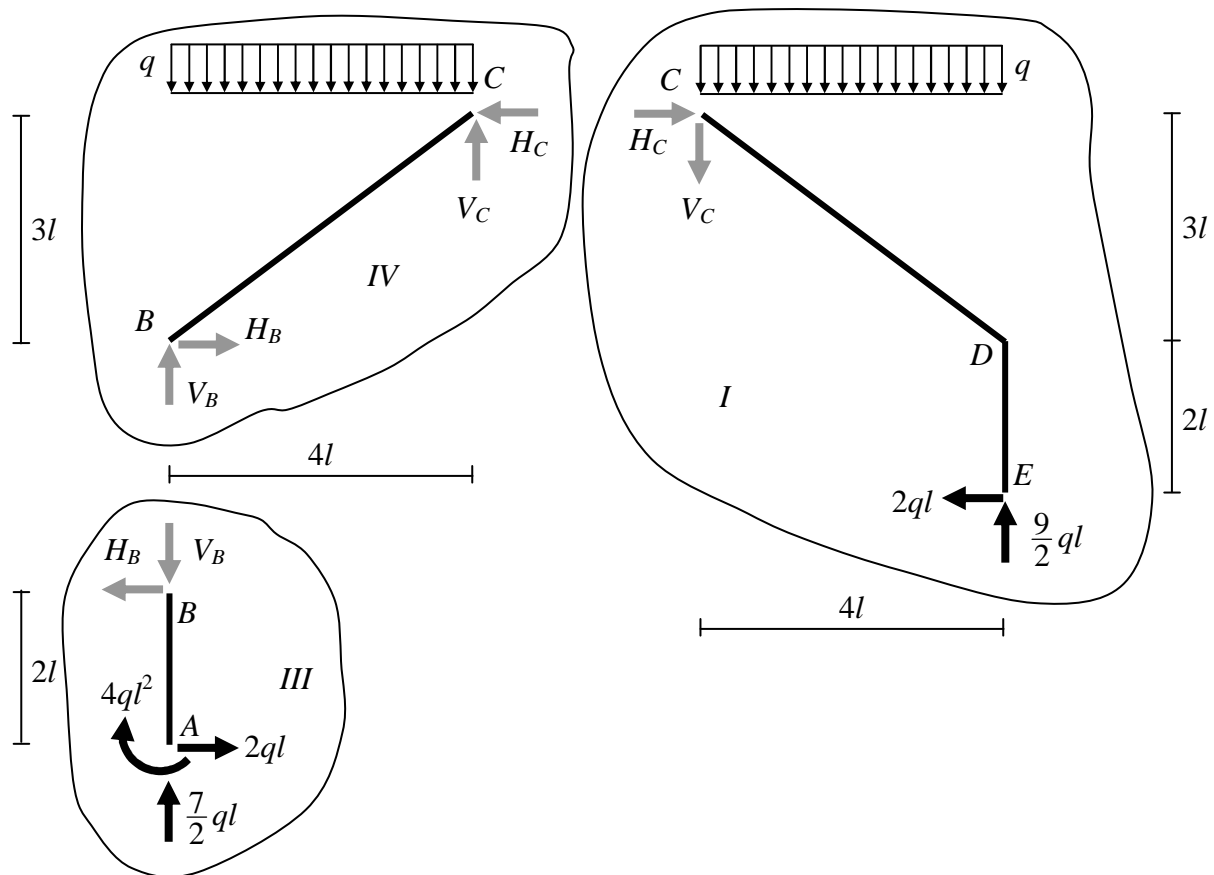


W celu sprawdzenia poprawności obliczeń zapisujemy równanie sumy momentów względem punktu  $E$  dla całego układu.

$$\sum_i M_{iE} = -V_A \cdot 8l - M_A + q \cdot 8l \cdot \frac{1}{2} \cdot 8l = -\frac{7}{2}ql \cdot 8l - 4ql^2 + 32ql^2 \equiv 0$$

Równanie spełnione jest tożsamościowo.

Przed przystąpieniem do wyznaczania sił przekrojowych dzielimy układ na podukłady i wyznaczmy oddziaływania w połączeniach przegubowych.



$$\sum_i P_{ix}^{III} = 0 \Leftrightarrow H_A - H_B = 0 \Rightarrow H_B = H_A = 2ql \Rightarrow H_B = 2ql$$

$$\sum_i P_{iy}^{III} = 0 \Leftrightarrow V_A - V_B = 0 \Rightarrow V_B = V_A = \frac{7}{2}ql \Rightarrow V_B = \frac{7}{2}ql$$

$$\sum_i P_{ix}^{IV} = 0 \Leftrightarrow H_B - H_C = 0 \Rightarrow H_C = H_B = 2ql \Rightarrow H_C = 2ql$$

$$\sum_i P_{iy}^{IV} = 0 \Leftrightarrow V_C + V_B - q \cdot 4l = 0 \Rightarrow V_C = 4ql - V_B = 4ql - \frac{7}{2}ql = \frac{1}{2}ql \Rightarrow V_C = \frac{1}{2}ql$$

Czytelnika zachęca się do sprawdzenia poprawności obliczeń. Równania równowagi dla podukładu  $I$  powinny być spełnione tożsamościowo.

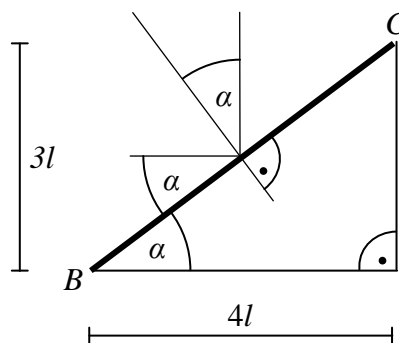
### Przedział A-B

W rozważanym przedziale nie występuje obciążenie ciągłe ( $q_n = q_s = 0$ ). Siła tnąca i normalna mają stałe wartości. Składowa pionowa reakcji podpory A ma zwrot siły ściskającej. Składowa pozioma ma zwrot ujemnej siły tnącej. Uwzględniając, że siła tnąca ma stałą wartość, możemy stwierdzić, że wykres momentu gnącego ma przebieg liniowy. W punkcie A wartość rzędnej na wykresie momentu jest równa  $4ql^2$ , natomiast w punkcie B rzędna jest zerowa. Momenty gnące w przedziale A-B powodują rozciąganie prawych włókien.

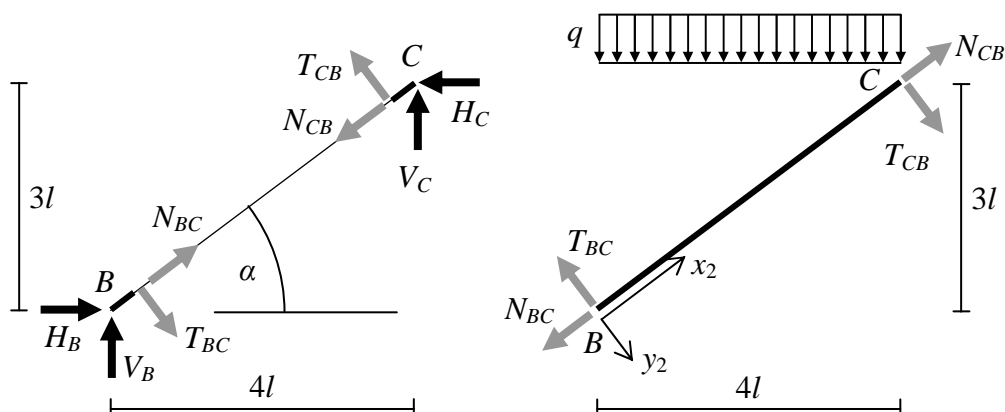
$$\begin{aligned}
 N_{AB} = -R_A = -\frac{7}{2}ql &\Rightarrow N_{AB} = -\frac{7}{2}ql & N_{BA} = N_{AB} = -\frac{7}{2}ql &\Rightarrow N_{BA} = -\frac{7}{2}ql \\
 T_{AB} = -H_A = -2ql &\Rightarrow T_{AB} = -2ql & T_{BA} = T_{AB} = -2ql &\Rightarrow T_{BA} = -2ql \\
 M_{AB} = M_A = 4ql^2 &\Rightarrow M_{AB} = 4ql^2 & M_{BA} = 0 &
 \end{aligned}$$

### Przedział B-C

Przed wyznaczeniem sił przekrojowych obliczamy długość pręta BC i wartości funkcji sinus i cosinus kąta  $\alpha$ .



$$|\overline{BC}| = \sqrt{(4l)^2 + (3l)^2} = 5l \Rightarrow \sin\alpha = \frac{3}{5}, \cos\alpha = \frac{4}{5}$$



Lewa część powyższego rysunku przedstawia siły działające na węzły przegubowe B i C, natomiast prawa pręt BC, na który w przekrojach znajdujących się nieskończenie blisko przegubów działają siły przekrojowe (tnące i normalne).

Siły normalne wyznaczamy z równań sumy rzutów sił dla węzłów przegubowych  $B$  i  $C$ .

$$\sum_i P_{ix_2}^B = 0 \Leftrightarrow N_{BC} + H_B \cdot \cos \alpha + V_B \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow N_{BC} = -H_B \cdot \cos \alpha - V_B \cdot \sin \alpha =$$

$$= -2ql \cdot \frac{4}{5} - \frac{7}{2}ql \cdot \frac{3}{5} = -\frac{37}{10}ql \Rightarrow N_{BC} = -\frac{37}{10}ql$$

$$\sum_i P_{ix_2}^C = 0 \Leftrightarrow -N_{CB} - H_C \cdot \cos \alpha + V_C \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow N_{CB} = -H_C \cdot \cos \alpha + V_C \cdot \sin \alpha =$$

$$= -2ql \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{2}ql \cdot \frac{3}{5} = -\frac{13}{10}ql \Rightarrow N_{CB} = -\frac{13}{10}ql$$

Analogiczny sposób wyznaczenia sił tnących (rzutowanie na oś  $y_2$ ) jest bardziej pracochłonny niż wykorzystanie równań sumy momentów.

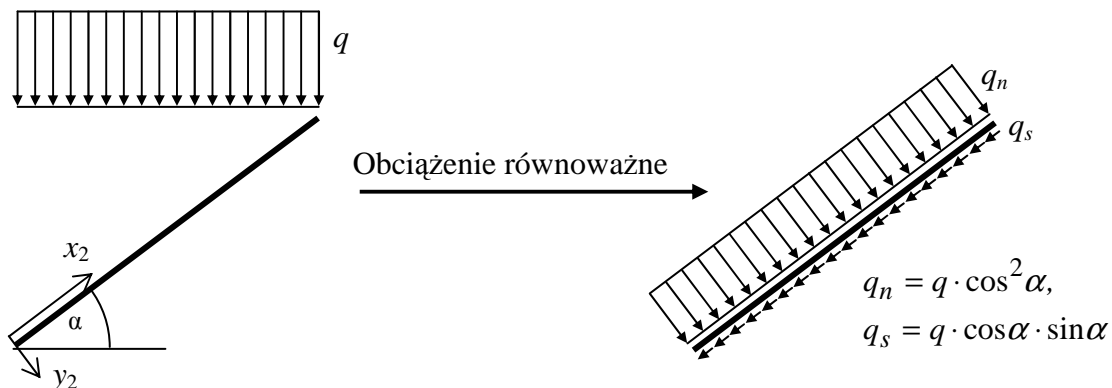
$$\sum_i M_{iC}^{BC} = 0 \Leftrightarrow -T_{BC} \cdot 5l + q \cdot 4l \cdot \frac{1}{2}4l = 0 \Rightarrow T_{BC} = \frac{1}{5l} \cdot 8ql^2 = \frac{8}{5}ql \Rightarrow T_{BC} = \frac{8}{5}ql$$

$$\sum_i M_{iB}^{BC} = 0 \Leftrightarrow -T_{CB} \cdot 5l - q \cdot 4l \cdot \frac{1}{2}4l = 0 \Rightarrow T_{CB} = -\frac{1}{5l} \cdot 8ql^2 = -\frac{8}{5}ql \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{CB} = -\frac{8}{5}ql$$

Obciążenie ciągłe ma stałe natężenie. Nie ma jednak kierunku prostopadłego do osi pręta. Na tej podstawie wyciągamy wniosek, że nie tylko wykres siły tnącej w rozważanym przedziale jest liniowy, ale dotyczy to też wykresu siły normalnej. We „Wprowadzeniu” poprzedzającym kolejne przykłady omówiony jest ten problem. W celu sporządzenia wykresu liniowego wystarczająca jest znajomość dwóch rzędnych tego wykresu.

W przedziale  $B-C$  siły normalne na początku i końcu przedziału mają znak ujemny. Pręt  $BC$  jest ściskany na całej długości. Siła tnąca na początku i końcu przedziału ma tę samą wartość bezwzględną. Różnią się one znakiem. Oznacza to, że przekrój, w którym tnąca jest zerowa znajduje się w połowie przedziału. W celu wyznaczenia przekroju zerowania się tnącej możemy skorzystać ze wzoru. W tym celu należy wyznaczyć wartość  $q_n$ .



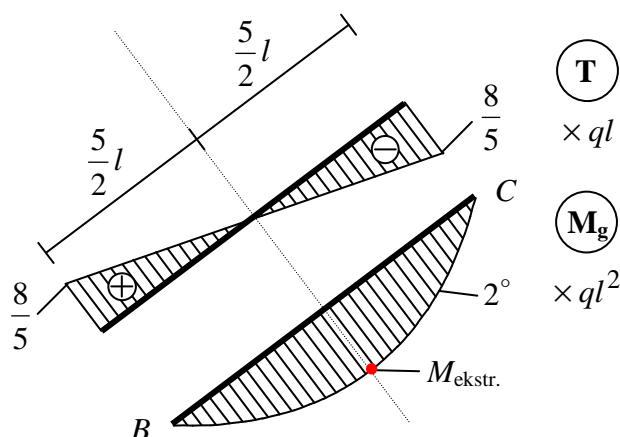
$$q_n = q \cos^2 \alpha = q \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}q, \quad q_s = q \cos \alpha \sin \alpha = q \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{25}q$$

Wyznaczamy współrzędną przekroju zerowania się siły tnącej.

$$x_{2_0} = \frac{T_{BC}}{q_n} = \frac{T_{BC}}{q \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{8}{5} ql}{\frac{16}{25} q} = \frac{\frac{8}{5} l}{\frac{16}{25}} = \frac{5}{2} l$$

Otrzymana wartość współrzędnej przekroju, w którym zeruje się siła tnąca potwierdza wcześniejszą analizę. Obliczenie poszukiwanej współrzędnej z wykorzystaniem powyższego wzoru jest możliwe, ponieważ natężenie obciążenia ciągłego jest stałe.

Chcąc sprawdzić, czy spełnione są zależności różniczkowe, wartość  $q_s$  należy przyjąć ze znakiem ujemnym, ponieważ zwroty osi  $x_2$  i  $q_s$  są przeciwne.



W celu sporządzenia parabolicznego wykresu momentu gnącego w rozpatrywanym przedziale  $B-C$  musimy wyznaczyć wartość rzędnej w przekroju, w którym zeruje się siła tnąca. W punktach  $B$  i  $C$  momenty mają zerowe wartości (połączenia przegubowe).

$$\frac{dM}{dx} = T(x) \Rightarrow M(x_k) = M(x_0) + \int_{x_0}^{x_k} T(x) dx$$

$$M_{\text{ekstr.}} = M\left(\frac{5}{2} l\right) = M(0) + \int_0^{\frac{5}{2} l} T(x) dx = 0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{5} ql \cdot \frac{5}{2} l = 2ql^2$$

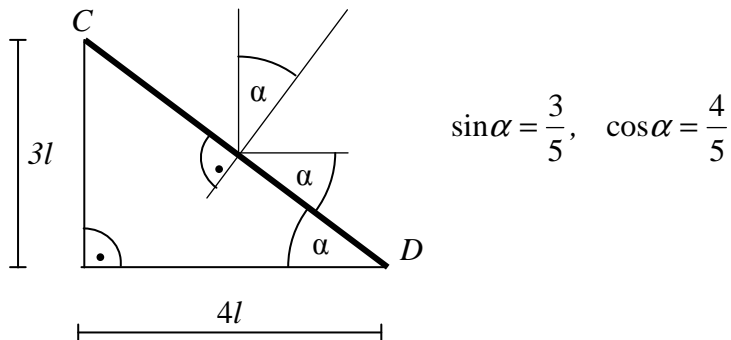
### Przedział $D-E$

W rozważanym przedziale nie występuje obciążenie ciągłe ( $q_n = q_s = 0$ ). Siła tnąca i normalna mają stałe wartości. Składowa pionowa reakcji podpory  $E$  ma zwrot siły ściskającej. Składowa pozioma ma zwrot dodatniej siły tnącej. Uwzględniając, że siła tnąca ma stałą wartość, możemy stwierdzić, że wykres momentu gnącego ma przebieg liniowy. W punkcie  $E$  wartość rzędnej na wykresie momentu jest zerowa, natomiast w punkcie  $D$  rzędna jest równa iloczynowi wartości składowej poziomej i długości pręta  $DE$ . Momenty gnące w przedziale  $D-E$  powodują rozciąganie prawych włókien.

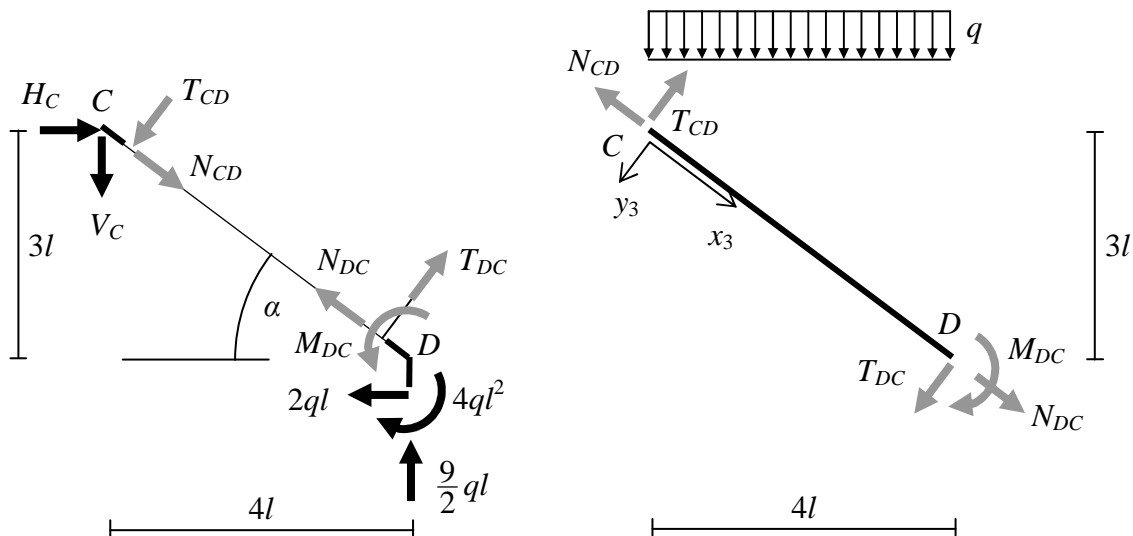
$$\begin{aligned}
 N_{DE} = -V_E = -\frac{9}{2}ql &\Rightarrow N_{DE} = -\frac{9}{2}ql & N_{ED} = N_{DE} = -\frac{9}{2}ql &\Rightarrow N_{ED} = -\frac{9}{2}ql \\
 T_{ED} = H_E = 2ql &\Rightarrow T_{ED} = 2ql & T_{DE} = T_{ED} = 2ql &\Rightarrow T_{DE} = 2ql \\
 M_{ED} = 0 & & M_{DE} = H_E \cdot 2l = 2ql \cdot 2l = 4ql^2 &\Rightarrow M_{DE} = 4ql^2
 \end{aligned}$$

### Przedział C-D

Kąt nachylenia osi pręta CD do poziomu i pionu jest taki sam jak w przypadku pręta BC. Wynika to z wymiarów schematu. Możemy wykorzystać wcześniejsze obliczenia.



Przystępujemy do wyznaczenia sił przekrojowych.



Lewa część powyższego rysunku przedstawia siły działające na węzeł przegubowy C i węzeł sztywny D, natomiast prawa część pręt CD. W przekrojach znajdujących się nieskończenie blisko węzłów C i D działają siły przekrojowe. Przyjęty zwrot momentu  $M_{DC}$  uwzględnia zwrot wyznaczonego wcześniej momentu  $M_{DE}$ .

Wartości sił normalnych obliczamy z równań sumy rzutów sił dla węzłów C i D.

$$\begin{aligned}
 \sum_i P_{ix_3}^C = 0 &\Leftrightarrow N_{CD} + H_C \cdot \cos \alpha + V_C \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow N_{CD} = -H_C \cdot \cos \alpha - V_C \cdot \sin \alpha = \\
 &= -2ql \cdot \frac{4}{5} - \frac{1}{2}ql \cdot \frac{3}{5} = -\frac{19}{10}ql \Rightarrow N_{CD} = -\frac{19}{10}ql
 \end{aligned}$$



$$\sum_i P_{ix_3}^D = 0 \Leftrightarrow -N_{DC} - T_{DE} \cdot \cos \alpha - N_{DE} \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_{DC} = -T_{DE} \cdot \cos \alpha - N_{DE} \cdot \sin \alpha = -2ql \cdot \frac{4}{5} - \frac{9}{2}ql \cdot \frac{3}{5} = -\frac{43}{10}ql \Rightarrow N_{DC} = -\frac{43}{10}ql$$

Analogiczny sposób wyznaczenia sił tnących (rzutowanie na oś  $y_3$ ) jest bardziej pracochłonny niż możliwość wykorzystania równań sumy momentów.

Wcześniej należy obliczyć wartość momentu  $M_{DC}$  działającego w przekroju znajdującym się nieskończenie blisko węzła  $D$  na przecie  $CD$ . Korzystamy z równania sumy momentów dla węzła  $D$ .

$$\sum_i M_i^D = 0 \Leftrightarrow M_{DC} - 4ql^2 = 0 \Rightarrow M_{DC} = 4ql^2$$

$$\sum_i M_{iD}^{CD} = 0 \Leftrightarrow -T_{CD} \cdot 5l - M_{DC} + q \cdot 4l \cdot \frac{1}{2}4l = 0 \Rightarrow T_{DC} = \frac{1}{5l} \cdot (-M_{DC} + 8ql^2) =$$

$$= \frac{1}{5l} \cdot (-4ql^2 + 8ql^2) = \frac{4}{5}ql \Rightarrow T_{CD} = \frac{4}{5}ql$$

$$\sum_i M_{iC}^{CD} = 0 \Leftrightarrow -T_{DC} \cdot 5l - M_{DC} - q \cdot 4l \cdot \frac{1}{2}4l = 0 \Rightarrow T_{DC} = \frac{1}{5l} \cdot (-M_{DC} - 8ql^2) =$$

$$= \frac{1}{5l} \cdot (-4ql^2 - 8ql^2) \Rightarrow T_{DC} = -\frac{12}{5}ql$$

Obciążenie ciągle ma stałe natężenie, nie ma jednak kierunku prostopadłego do osi pręta. Na tej podstawie wyciągamy wniosek, że nie tylko wykres siły tnącej będzie liniowy, lecz dotyczy to też wykresu siły normalnej. W celu sporządzenia wykresu liniowego wystarczająca jest znajomość dwóch rzędnych tego wykresu.

W przedziale  $C-D$  siły normalne na początku i końcu przedziału mają znak ujemny. Pręt  $CD$  jest ściśkany na całej długości. Siła tnąca na początku i końcu przedziału ma wartości różniące się znakiem. Oznacza to, że w rozpatrywanym przedziale jest przekrój, w którym zeruje się siła tnąca. W celu wyznaczenia współrzędnej tego przekroju obliczymy wartość natężenia  $q_n$ .



$$q_n = q \cos^2 \alpha = q \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}q,$$

$$q_s = q \cos \alpha \sin \alpha = q \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{25}q$$

Wyznaczamy współrzędną przekroju zerowania się siły tnącej.

$$x_{3_0} = \frac{T_{CD}}{q_n} = \frac{T_{CD}}{q \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{4}{5} ql}{\frac{16}{25} q} = \frac{\frac{4}{5} l}{\frac{16}{25}} = \frac{5}{4} l$$

W przypadku sprawdzania, czy spełnione są zależności różniczkowe wartość  $q_s$  należy przyjąć ze znakiem dodatnim, ponieważ zwroty osi  $x_3$  i  $q_s$  są zgodne.

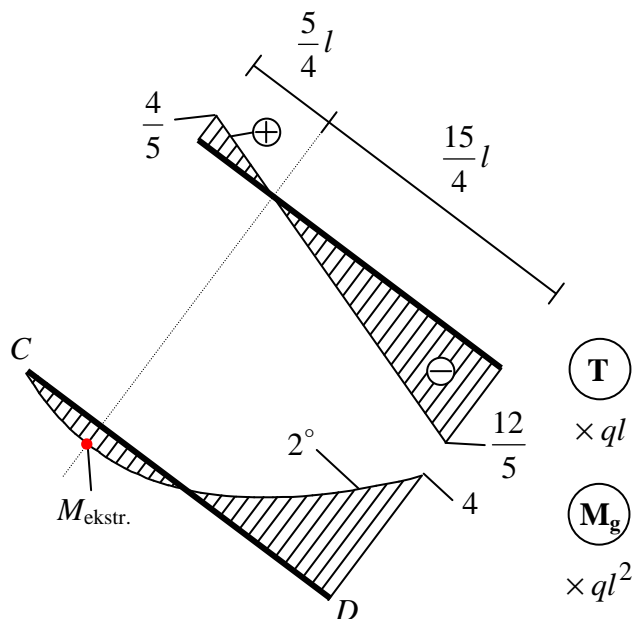
W celu sporządzenia parabolicznego wykresu momentu gnącego w rozpatrywanym przedziale C-D musimy wyznaczyć wartość jeszcze jednej rzędnej. Wyznaczamy ją w przekroju, w którym zeruje się siła tnąca. W punkcie C moment ma zerową wartość (połączenie przegubowe). W punkcie D moment o wartości  $4ql^2$  rozciąga włókna górne/prawe.

$$\frac{dM}{dx} = T(x) \Rightarrow M(x_k) = M(x_0) + \int_{x_0}^{x_k} T(x) dx$$

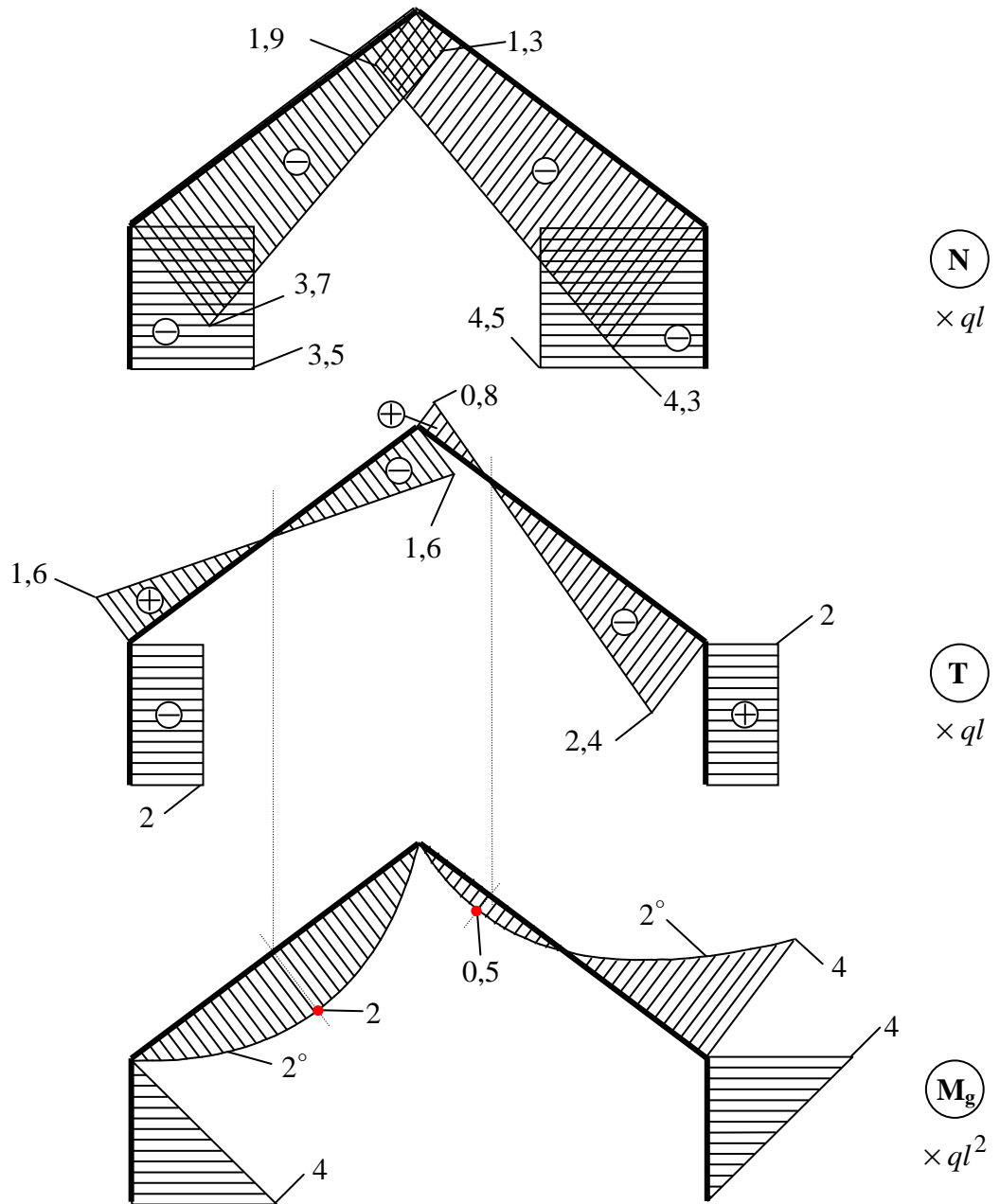
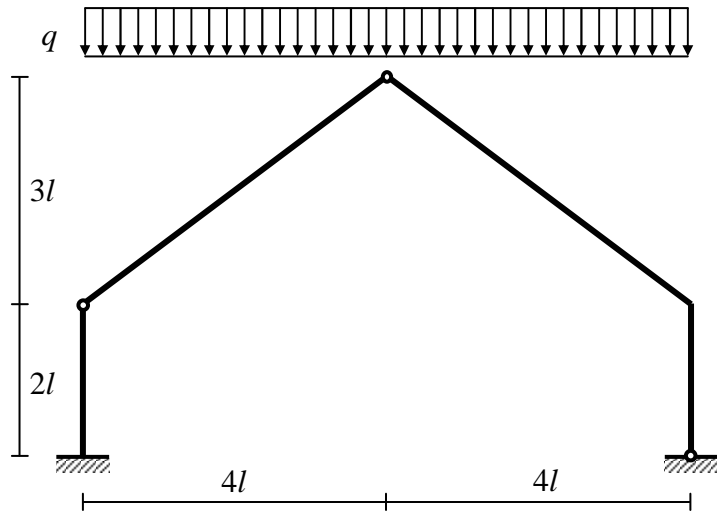
$$M_{\text{ekstr.}} = M\left(\frac{5}{4} l\right) = M(0) + \int_0^{\frac{5}{4} l} T(x) dx = 0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} ql \cdot \frac{5}{4} l = \frac{1}{2} ql^2$$

Chcąc sprawdzić poprawność wykonanych obliczeń wyznaczamy jeszcze wartość momentu gnącego na końcu rozpatrywanego przedziału.

$$M(5l) = M\left(\frac{5}{4} l\right) + \int_{\frac{5}{4} l}^{5l} T(x) dx = \frac{1}{2} ql^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{12}{5} ql\right) \cdot \frac{15}{4} l = \frac{1}{2} ql^2 - \frac{9}{2} ql^2 = -4ql^2$$



Na następnej stronie wykonane są wykresy sił przekrojowych dla całego układu.

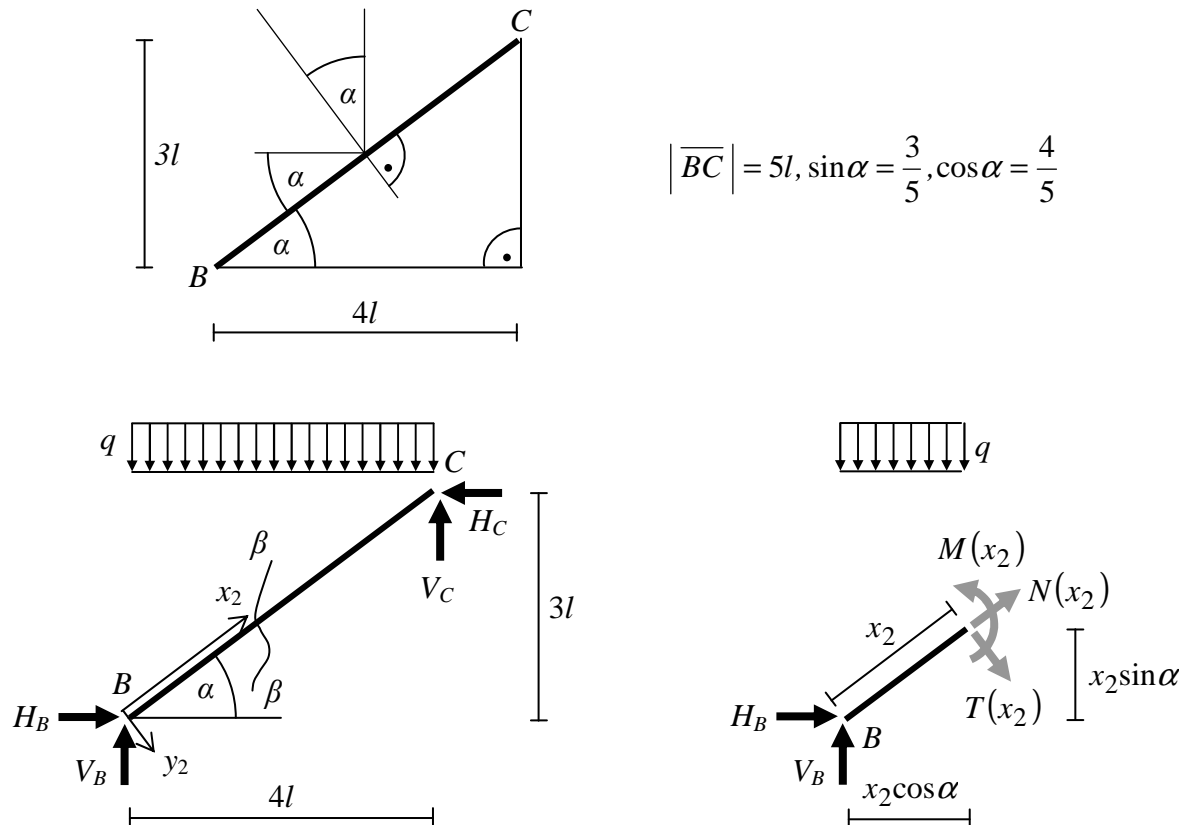


## Uzupełnienie

Polecenie do Przykładu 8.6 nie zobowiązuje nas do wyznaczenia funkcji sił przekrojowych. Wyznamy jednak te funkcje w celu sprawdzenia zależności różniczkowych. Działania te przeprowadzimy w przedziale  $B-C$ . Czytelnika zachęcamy do przeprowadzenia analogicznych działań w przedziale  $C-D$ .

### Przedział $B-C$

Wykorzystamy obliczoną długość pręta  $BC$  i wyznaczone wartości funkcji sinus i cosinus kąta  $\alpha$ .



Wypadkowa obciążenia ciągłego działającego na lewą część przedziału  $B-C$  opisana jest poniższą funkcją.

$$W(x_2) = q \cdot x_2 \cdot \cos \alpha$$

Z równań równowagi zapisanych dla lewej części przedziału  $B-C$  wyznaczmy funkcje sił przekrojowych.

$$\sum_i P_{ix_2}^{B-\beta} = 0 \Leftrightarrow N(x_2) + H_B \cdot \cos \alpha + V_B \cdot \sin \alpha - q \cdot x_2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N(x_2) = -H_B \cdot \cos \alpha - V_B \cdot \sin \alpha + q \cdot x_2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = -2ql \cdot \frac{4}{5} - \frac{7}{2}ql \cdot \frac{3}{5} + q \cdot x_2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} =$$

$$= -\frac{37}{10}ql + q \cdot x_2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{37}{10}ql + q \cdot x_2 \cdot \frac{12}{25} \Rightarrow \underline{\underline{N(x_2) = -\frac{37}{10}ql + \frac{12}{25}q \cdot x_2}}$$

$$\sum_i P_{iy_2}^{B-\beta} = 0 \Leftrightarrow T(x_2) + H_B \cdot \sin \alpha - V_B \cdot \cos \alpha + W(x_2) \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T(x_2) = -H_B \cdot \sin \alpha + V_B \cdot \cos \alpha - q \cdot x_2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha = -2ql \cdot \frac{3}{5} + \frac{7}{2}ql \cdot \frac{4}{5} - q \cdot x_2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$= \frac{8}{5}ql - q \cdot x_2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{5}ql - q \cdot x_2 \cdot \frac{16}{25} \Rightarrow \underline{T(x_2) = \frac{8}{5}ql - \frac{16}{25}q \cdot x_2}$$

$$\sum_i M_{iB}^{B-\beta} = 0 \Leftrightarrow M(x_2) - T(x_2) \cdot x_2 - W(x_2) \cdot \frac{1}{2} \cdot x_2 \cos \alpha = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M(x_2) = T(x_2) \cdot x_2 + W(x_2) \cdot \frac{1}{2} \cdot x_2 \cos \alpha = \left( \frac{8}{5}ql - \frac{16}{25}q \cdot x_2 \right) \cdot x_2 + q \cdot x_2 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot x_2 \cos \alpha =$$

$$= \frac{8}{5}ql \cdot x_2 - \frac{16}{25}q \cdot x_2^2 + \frac{1}{2}q \cdot \cos^2 \alpha \cdot x_2^2 = \frac{8}{5}ql \cdot x_2 - \frac{16}{25}q \cdot x_2^2 + \frac{1}{2}q \cdot \left( \frac{4}{5} \right)^2 \cdot x_2^2 =$$

$$= \frac{8}{5}ql \cdot x_2 - \frac{16}{25}q \cdot x_2^2 + \frac{16}{50}q \cdot x_2^2 = \frac{8}{5}ql \cdot x_2 - \frac{16}{50}q \cdot x_2^2 \Rightarrow \underline{M(x_2) = \frac{8}{5}ql \cdot x_2 - \frac{16}{50}q \cdot x_2^2}$$

Wykorzystamy wyznaczone wartości natężenia obciążenie ciągłego normalnego i stycznego. Wartość  $q_s$  należy przyjąć ze znakiem ujemnym, ponieważ zwroty osi  $x_2$  i  $q_s$  w rozpatrywanym przedziale są przeciwne. Wartość  $q_n$  należy przyjąć ze znakiem dodatnim, ponieważ zwroty osi  $y_2$  i  $q_n$  są zgodne.

$$q_n = q \cos^2 \alpha = q \left( \frac{4}{5} \right)^2 = \frac{16}{25}q, \quad q_s = -q \cos \alpha \sin \alpha = -q \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{12}{25}q$$

$$N(x_2) = -\frac{37}{10}ql + \frac{12}{25}q \cdot x_2$$

$$\frac{dN(x_2)}{dx_2} = \frac{d\left(-\frac{37}{10}ql + \frac{12}{25}q \cdot x_2\right)}{dx_2} = \frac{12}{25}q \Rightarrow \frac{dN(x_2)}{dx_2} \equiv -q_s(x_2) = -\left(-\frac{12}{25}q\right) = \frac{12}{25}q$$

$$T(x_2) = \frac{8}{5}ql - \frac{16}{25}q \cdot x_2$$

$$\frac{dT(x_2)}{dx_2} = \frac{d\left(\frac{8}{5}ql - \frac{16}{25}q \cdot x_2\right)}{dx_2} = -\frac{16}{25}q \Rightarrow \frac{dT(x_2)}{dx_2} \equiv -q_n(x_2) = -\left(\frac{16}{25}q\right) = -\frac{16}{25}q$$

$$M(x_2) = \frac{8}{5}ql \cdot x_2 - \frac{16}{50}q \cdot x_2^2$$

$$\frac{dM(x_2)}{dx_2} = \frac{d\left(\frac{8}{5}ql \cdot x_2 - \frac{16}{50}q \cdot x_2^2\right)}{dx_2} = \frac{8}{5}ql - \frac{16}{25}q \cdot x_2 \Rightarrow \frac{dM(x_2)}{dx_2} \equiv T(x_2) = \frac{8}{5}ql - \frac{16}{25}q \cdot x_2$$

Zależności różniczkowe są spełnione tożsamościowo.