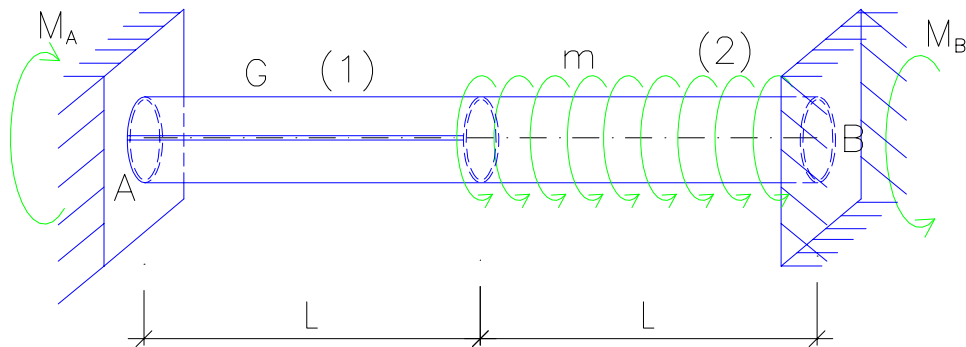
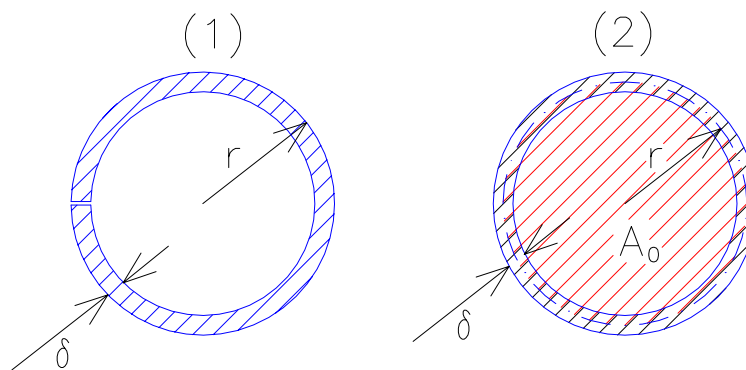


## Przykład 7.5. Naprężenia styczne pręta skręcanego

Znaleźć naprężenia styczne w obu częściach pręta cienkościennego skręcanego.



Rysunek 1. Pręt skręcany



Rysunek 2. Przekroje poprzeczne pręta

Sztywności:

$$(GJ_s)_1 = G \frac{2}{3} \pi r \delta^3, \quad (GJ_s)_2 = G 2 \pi r^3 \delta = 3(GJ_s)_1 \left( \frac{r}{\delta} \right)^2 \quad (1)$$

Warunek równowagi:

$$M_A - M_B = ml \quad (2)$$

Warunki przemieszczeniowe:

$$\varphi_A = 0, \quad \varphi_B = 0 \quad (3)$$

Obliczamy:

$$\varphi_B = \frac{M_A l}{(GJ_s)_1} + \frac{M_A l}{(GJ_s)_2} - \frac{ml^2}{2(GJ_s)_2} = 0 \quad \left| \cdot \frac{(GJ_s)_2}{l} \right. \quad (4)$$

$$M_A \left[ 3 \left( \frac{r}{\delta} \right)^2 + 1 \right] = \frac{ml}{2} \quad (5)$$

$$M_A = \frac{ml}{2} \frac{1}{3\left(\frac{r}{\delta}\right)^2 + 1},$$

$$M_B = -\frac{ml}{2} \frac{1 + 6\left(\frac{r}{\delta}\right)^2}{1 + 3\left(\frac{r}{\delta}\right)^2}. \quad (6)$$

Jeśli  $r/\delta = 10$  to:

$$M_A = \frac{ml}{602},$$

$$M_B = -\frac{601ml}{602}. \quad (7)$$

Naprężenia

$$\tau_1 = \frac{ml}{602} \frac{1}{\frac{1}{3}\delta^2 2\pi r} = \frac{3}{1204\pi} \frac{ml}{\delta^2 r},$$

$$\tau_2 = -\frac{601ml}{602} \frac{1}{2\pi r^2 \delta} = -\frac{601}{1204\pi} \frac{ml}{r^2 \delta} \quad (8)$$

Stosunek naprężeń:

$$\frac{|\tau_2|}{\tau_1} = \frac{601}{3} \frac{\delta}{r} = \frac{601}{3} \frac{1}{10} = \frac{60.1}{3} \approx 20 \quad (9)$$

Sztywności części drugiej jest 300 razy większa, lecz naprężenia w tej części są 20 razy większe od naprężeń w części pierwszej.

Jeżeli porównać wskaźniki wytrzymałości obu części, to otrzymujemy:

$$\frac{(W_s)_2}{(W_s)_1} = \frac{2\pi r^2 \delta}{\frac{1}{3}\delta^2 2\pi r} = 3 \frac{r}{\delta} = 30. \quad (10)$$