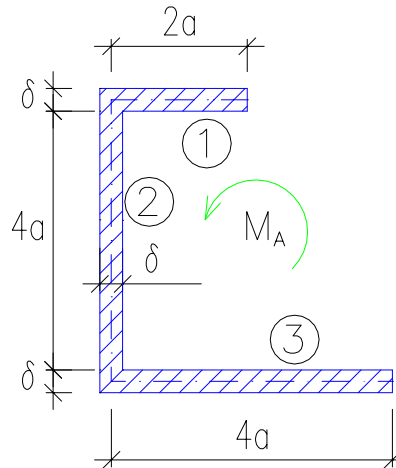


Przykład 7.7. Rozkład naprężeń stycznych w przekroju poprzecznym pręta skręcanego

Obliczyć naprężenia styczne w przekroju poprzecznym pręta skręcanego. Przekrój pręta pokazany jest na rysunku. Taki przekrój nazywamy cienkościennym, otwartym ($\frac{\delta}{a} \leq \frac{1}{5}$).



Rysunek 1. Przekrój poprzeczny pręta skręcanego

Sztywności poszczególnych części pręta wynoszą:

$$\begin{aligned} GJ_{s1} &= G \frac{1}{3} 2a\delta^3 = \frac{2}{3} a\delta^3 G, \\ GJ_{s2} &= G \frac{1}{3} 4a\delta^3 = \frac{4}{3} a\delta^3 G, \\ GJ_{s3} &= G \frac{1}{3} 4a\delta^3 = \frac{4}{3} a\delta^3 G. \end{aligned} \quad (1)$$

Kąt skręcenia tego przekroju φ jest taki sam dla każdej części. Możemy zapisać:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{M_{s1}l}{GJ_{s1}} = \frac{3M_{s1}l}{2a\delta^3 G}, \\ \varphi &= \frac{M_{s2}l}{GJ_{s2}} = \frac{3M_{s2}l}{4a\delta^3 G}, \\ \varphi &= \frac{M_{s3}l}{GJ_{s3}} = \frac{3M_{s3}l}{4a\delta^3 G}, \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie M_{s1} , M_{s2} , M_{s3} są momentami przypadającymi na elementy 1, 2 i 3, odpowiednio. Ich suma jest momentem M_s :

$$M_s = M_{s1} + M_{s2} + M_{s3}. \quad (3)$$

Otrzymujemy:

$$M_{s1} = \frac{1}{2} M_{s2}, \quad M_{s2} = M_{s3} \quad (4)$$

Zatem:

$$\begin{aligned} M_S &= M_{S1} + 2M_{S1} + 2M_{S1}; \\ M_{S1} &= \frac{1}{5}M_S, \quad M_{S2} = \frac{2}{5}M_S, \quad M_{S3} = \frac{2}{5}M_S. \end{aligned} \quad (5)$$

Kąt skręcenia wynosi:

$$\varphi = \frac{3M_S l}{10a\delta^3 G} \quad (6)$$

Możemy wyznaczyć go przyjmując sztywności całego pręta:

$$GJ_S = \frac{1}{3}\delta^3 \sum_{i=1}^3 a_i = \frac{1}{3}\delta^3 (2a + 4a + 4a) = \frac{10}{3}\delta^3 a. \quad (7)$$

Zatem

$$\varphi = \frac{M_S l}{GJ_S} = \frac{3M_S l}{10a\delta^3 G} \quad (8)$$

Obliczymy naprężenia w każdej części. Wskaźniki wytrzymałości na skręcanie wynoszą:

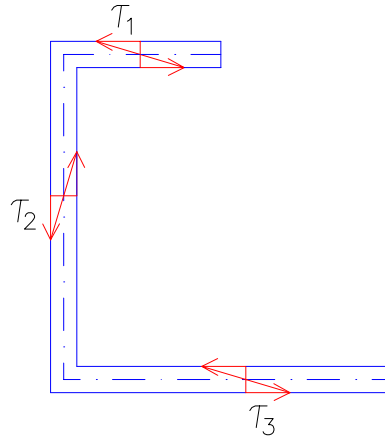
$$\begin{aligned} W_{S1} &= \frac{2}{3}\delta^2 a, \\ W_{S2} &= \frac{4}{3}\delta^2 a, \\ W_{S3} &= \frac{4}{3}\delta^2 a. \end{aligned} \quad (9)$$

Naprężenia ekstremalne w poszczególnych częściach wynoszą:

$$\tau_i = \frac{M_{Si}}{W_{Si}}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (10)$$

Zatem:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{3}{10} \frac{M_S}{\delta^2 a}, \\ \tau_2 &= \frac{3}{10} \frac{M_S}{\delta^2 a}, \\ \tau_3 &= \frac{3}{10} \frac{M_S}{\delta^2 a}. \end{aligned} \quad (11)$$



Rysunek 2. Naprężenia styczne na poszczególnych odcinkach przekroju pręta.