Teoria sprężystości i plastyczności - arkusz IV

Zadanie 1

Pole przemieszczeń na płaszczyźnie zadane jest następująco

a)

$$\begin{aligned} u_1 &= x_1[x_1^2 x_2 + c_1(2c_2^3 + 3c_2^2 x_2 - x_2^3)] \\ u_2 &= -x_2(2c_2^3 + \tfrac{3}{2}c_2^2 x_2 - \tfrac{1}{4}x_2^3 + \tfrac{3}{2}c_1 x_1^2 x_2), \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} u_1 &= [x_1 x_2(2 - x_1) - c_1 x_2 + c_2 x_2^3] \\ u_2 &= -[c_3 x_2^2(1 - x_1) + (3 - x_1)\tfrac{x_1^2}{3} + c_1 x_1]. \end{aligned}$$

Znaleźć składowe tensora małych odkształceń wywołane podanymi przemieszczeniami, jeśli c_1, c_2, i c_3 są constans.

Zadanie 2

Sprawdzić, czy podane tensory opisują stan odkształcenia w ośrodku ciągłym

a)

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} (x_1^2 + x_2^2) & x_1 x_2 \\ x_1 x_2 & x_2^2 \end{bmatrix},$$

b)

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} x_3(x_1^2 + x_2^2) & 2x_1 x_2 x_3 & x_3 \\ 2x_1 x_2 x_3 & x_2^2 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_3^2 \end{bmatrix},$$

c)

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} a x_1 x_2^2 & 0 & a x_1^2 + b x_2^2 \\ & a x_1^2 x_2 & a x_3^2 + b x_2 \\ & & a x_1 x_2 \end{bmatrix},$$

d)

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_2^2 & x_1 x_3 \\ & x_3 & x_3^2 \\ & & 1 \end{bmatrix}.$$

Zadanie 3

Pokazać, żę deformacja w a) jest możliwym stanem odkształcenia, natomiast deformacja w b) nie. $k = const$.

a)

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} k(x_1^2 + x_2^2) & k x_1 x_2 & 0 \\ & k x_2^2 & 0 \\ & & 0 \end{bmatrix},$$

b)

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} k(x_1^2+x_2^2)x_3 & kx_1x_2x_3 & 0 \\ & kx_2^2x_3 & 0 \\ & & 0 \end{bmatrix}.$$

<u>Zadanie 4</u>

Określić zależność między stałymi A_0, A_1, B_0, B_1, C_0, C_1, C_2 tak, aby podane odkształcenia spełniały warunki nierozdzielności

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} A_0 + A_1(x_1^2+x_2^2) + (x_1^4+x_2^4) & C_0 + C_1x_1x_2(x_1^2+x_2^2+C_2) & 0 \\ & B_0 - B_1(x_1^2+x_2^2) + (x_1^4+x_2^4) & 0 \\ & & 0 \end{bmatrix}.$$

(odp. $A_1 + B_1 = 2C_2$, $C_1 = 4$)

<u>Zadanie 5</u>

Dla pola przemieszczeń

$$\begin{aligned} x_1 &= X_1, \\ x_2 &= X_2, \\ x_3 &= X_3 + 2\sqrt{3}\tfrac{X_2}{3} \end{aligned}$$

określić kierunek liniowego włókna w płaszczyźnie $0x_2x_3$, dla którego względne wydłużenie będzie równe zero.

(odp. $N = [0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}]$)