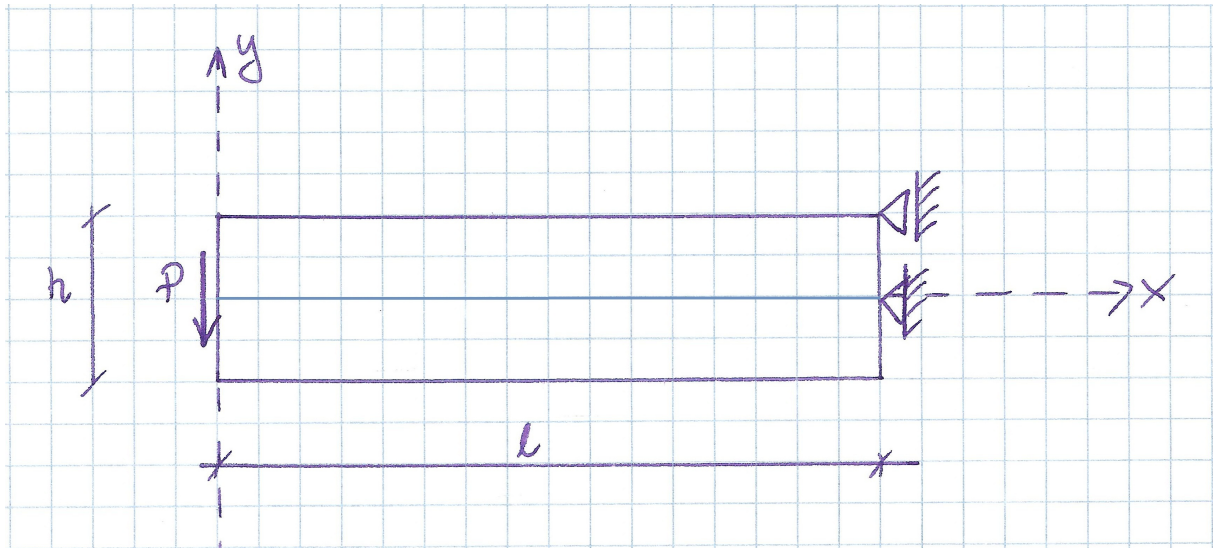


TEORIA SPRĘŻYSTOŚCI I PLASTYCZNOŚCI - ARKUSZ VII

Korzystając z wiadomości z wykładu oraz materiałów dydaktycznych na stronie internetowej prowadzącego zajęcia starannie opracuj rozwiązanie poniższego zadania:

Zadanie

Wykorzystując program MAPLE wyznacz ugięcie linii środkowej belki-tarczy. Porównaj z ugięciem otrzymanym z rozwiązania znanego z wytrzymałości materiałów.



Wskazówki merytoryczne

Po wyznaczeniu z warunków brzegowych $\sigma_{xy} = 0$ i $\sigma_{yy} = 0$ stałych funkcji Airy'ego $\Omega = b_2xy + d_4xy^3$ zapisujemy, korzystając z równań fizycznych, wyrażenia na odkształcenia. Następnie całkujemy funkcję odkształceń ε_{11} i ε_{22} . Otrzymamy funkcje przemieszczeń $u_1(x, y)$ i $u_2(x, y)$ oraz dwie niewiadome funkcje całkowania $F_1(y)$ i $F_2(x)$. Wstawiając wyrażenia $u_1(x, y)$ i $u_2(x, y)$ do równania na ε_{12} i grupując zmienne otrzymamy dwa równania różniczkowe z pochodnymi funkcji $F_1(y)$ i $F_2(x)$ i równanie algebraiczne: $A+B = \frac{Ph^2}{8GJ}$.

Całkując równania otrzymujemy funkcje $F_1(y)$ i $F_2(x)$ z czterema niewiadomymi. Niewiadome wyznaczamy z warunków brzegowych: zerowe przemieszczenia w kierunku osi x i y w środku przekroju (środkowa podpora nieprzesuwana) i zerowe przemieszczenia w kierunku osi x w zamocowaniu w górnym narożu wspornika (górną podporą przesuwana).

Wykorzystując MAPLE porównaj ugięcie odpowiadające rozwiązaniu znanemu z wytrzymałości materiałów i ugięciem otrzymanym z uwzględnieniem sił poprzecznych.

Pomoc do implementacji w MAPLE

Zapisz wyrażenie na funkcje przemieszczeń

```
>u[1]:=P*x^2*y/(2*E*J)+nu*P*y^3/(6*E*J)-P*y^3/(6*G*J)+B*y-D1;
```

```
>u[2]:=-P*nu*x*y^2/(2*E*J)-P*x^3/(6*E*J)+A*x-C;
```

Do wyznaczenia stałych wykorzystaj warunki brzegowe $u_1 = 0$ i $u_2 = 0$ dla $x = l$ i $y = 0$. Przykładowo

```
>r2:=subs(x=L, y=0, u[1]=0);
```

oraz na przykład $u_1 = 0$ dla $x = l$ i $y = \frac{h}{2}$ i pierwszy warunek w postaci równania

```
>r1:=A+B=P*h^2/(8*G*J);
```

Po zapisaniu czterech warunków wyznacz stałe komendą

```
>sol1:=solve({r1,r2,r3,r4},{A,B,C,D1});assign(sol1);
```

Na koniec wyznacz funkcję ugięcia linii środkowej

```
>ugieciecal:=subs(y=0,u[2]);
```

Teraz wyznacz linię ugięcia z teorii płaskich przekrojów

```
>row:=E*J*diff(y1(x),x,x)=-P*x;
```

```
>sol2:=dsolve({row,y1(L)=0,D(y1)(L)=0},y1(x));assign(sol2);
```

Wstaw konkretne wartości np.:

```
>L:=200:h:=200:nu:=0.33;E:=2.1e4;
```

oraz zależności $J(h)$ i $G(E, \nu)$.

Utwórz wykresy funkcji ugięcia wg teorii płaskich przekrojów i z rozwiązania tar-
czowego

```
>plot({y1(x),ugieciecal},x=0..L);
```

Wyznacz ponadto procentową różnicę między ugięciem na końcu belki obliczonym na
dwa sposoby.