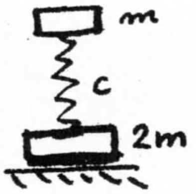
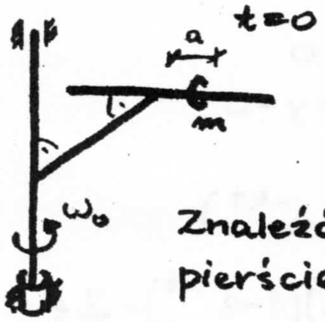


Ciało o masie m wykonuje ruch drgający o amplitudzie A i częstości ω_0.

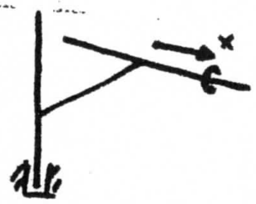
1. Obliczyć maksymalny nacisk na podłoże.
2. Przy jakiej częstości ω_0 nastąpi oderwanie?

1. $N_{max} = 3mg + mA\omega_0^2$
2. Oderwanie nastąpi gdy

$$\omega_0 \geqslant \sqrt{\frac{3g}{A}}$$



Znaleźć równanie ruchu pierścienia po pręcie.

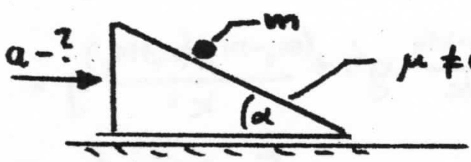


$$x(t) = \frac{a}{2}\left(e^{\omega_0 t} + e^{-\omega_0 t}\right)$$

Zadania

Odpowiedzi

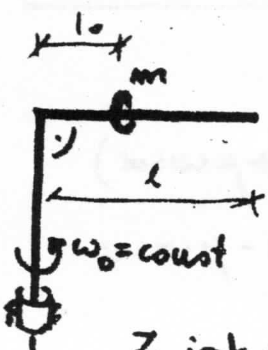
Z jakim przyśpieszeniem powinna przesuwać się równia, aby masa pozostała względem niej nieruchoma?



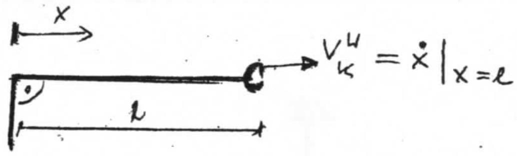
$$a \geqslant g\,\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$$

i

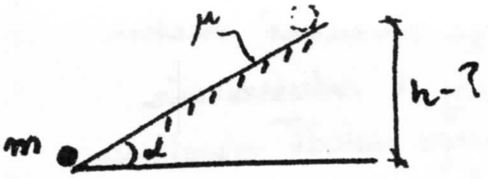
$$a \leqslant g\,\frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$$



Pierścień poruszający się po pręcie bez tarcia w chwili początkowej był w odległości l_0 od osi. Z jaką prędkością wzgl. pierścień opuści pręt?

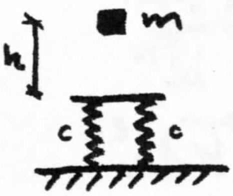


$$V_K^W = \omega_0\sqrt{l^2 - l_0^2}$$



Na jaką wysokość uniesie się pkt o masie m, jeśli jego prędkość początkowa wynosi V_0?

$$h = \frac{V_0^2 \sin\alpha}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$



Ciało o masie m spada z wysokości h na sprężyście podpartą płaszczyznę. Obliczyć, o ile obniży się jej poziom.

$$\lambda = \sqrt{\frac{2mgh}{c'}}$$

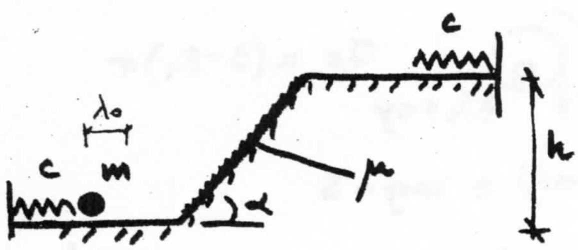
gdzie: $c' = c + c = 2c$

Zadania

Odpowiedzi

Masa m znajduje się na gładkiej równi i przymocowana jest za pomocą sprężyny. Sprężynę ściśnięto o λ_0 i uwolniono masę. Obliczyć jej prędkość w chwili, gdy sprężyna jest nienapięta.

$$V = \sqrt{2g\lambda_0 \sin\alpha + \frac{c\lambda_0^2}{m}}$$



Masa m zostaje wprawiona w ruch poprzez rozprężenie ściśniętej sprężyny. Obliczyć jakie ugięcie drugiej sprężyny wywoła ta masa.

$$\lambda = \sqrt{\lambda_0^2 - \frac{2mgh}{c}(1 + \mu \operatorname{ctg}\alpha)}$$

⑥

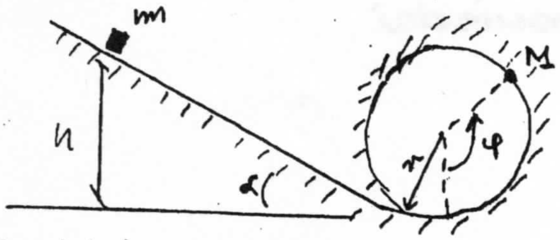
Punkt materialny o masie m porusza się prostoliniowo pod działaniem siły $F = F_0 \cos\omega t$ (F_0, ω - stałe). W chwili początk. punkt ma prędkość równą v_0. Znaleźć równ. ruchu punktu

$$x(t) = \frac{F_0}{m\omega^2}(1-\cos\omega t) + v_0 t$$

Ciało o ciężarze G rzucone z prędk. v_0 pod kątem α do poziomu porusza się pod działaniem siły ciężkości i oporu powietrza R. Obliczyć największe wzniesienie h ciała nad poziom początkowego położenia, wiedząc że opór powietrza $R = kGv$ (v - prędkość ciała)

$$h = \frac{v_0 \sin\alpha}{gk} - \frac{1}{gk^2}\ln(1 + kv_0 \sin\alpha)$$

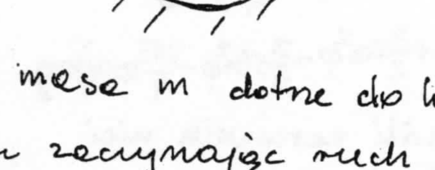
$$\int \frac{x\,dx}{ax \pm b} = \frac{x}{a} \mp \frac{b}{a^2}\ln(ax \pm b) + C$$



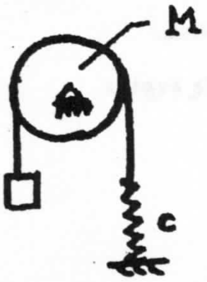
Z jakiej wysokości h należy spuścić masę bez prędkości początk. aby mogła ona przebyć całą pętlę nie odrywając się od niej? Obliczyć nacisk masy na podłoże w punkcie M toru.

1) $h \geq 2{,}5\,r$

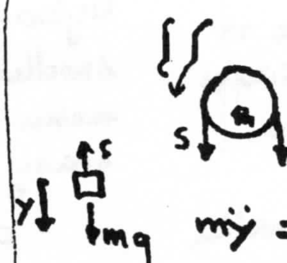
2) $N = mg\left(\frac{2h}{r} - 2 + 3\cos\varphi\right)$



Czy masa m dotrze do krawędzi łuku zaczynając ruch bez prędkości początkowej z położenia jak na rysunku, jeśli współ. tarcia podłoża wynosi $\mu = 1/4$



naleźć okres drgań układu
…akładając, że nić jest nieważka
… nie ślizga się po bloku.



$J\varepsilon = (S - S_1)r$

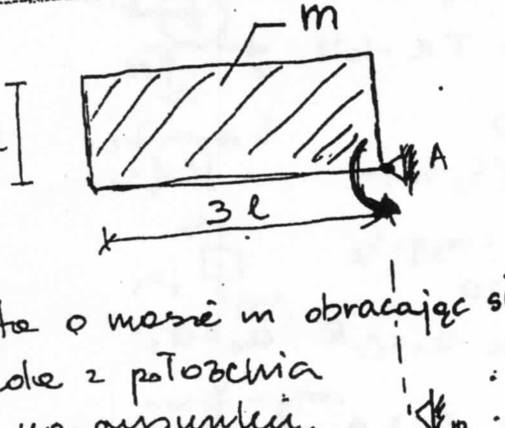
$m\ddot{y} = mg - S$

uwzględniając, że $\ddot{y} = \varepsilon r$, $J = \frac{Mr^2}{2}$

otrzymujemy równanie drgań

$$\ddot{y} + \left(\frac{c}{m + \frac{1}{2}M}\right) y = \frac{mg}{m + \frac{1}{2}M}$$

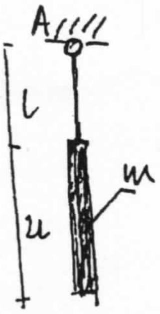
skąd $T = 2\pi \sqrt{\frac{2m + M}{2c}}$



…yta o masie m obracając się wokół A
…pada z położenia
…e na rysunku.
…ką ma prędk. kątową gdy uderza w podporę B

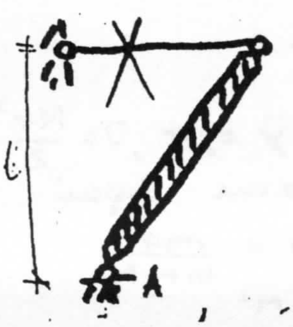
$$\omega = \sqrt{\frac{6}{5}\frac{g}{l}}$$

Zadania



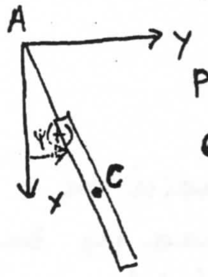
Pręt o masie m odchylono o kąt α w lewo i puszczono bez prędkości początkowej. Gdy pręt odchylony jest o kąt β w prawo następuje zerwanie nici.

Opisać ruch pręta po zerwaniu nici.



Obliczyć reakcje w podporze A po zerwaniu nici. Masa belki wynosi m.

Odpowiedzi



prędkość w chwili zerwania

$$\omega^2 = \frac{12}{13}\frac{g}{l}(\cos\beta - \cos\alpha)$$

$$x_c(t) = \frac{1}{2}gt^2 - 2l(\omega t \sin\beta - \cos\beta)$$

$$y_c(t) = 2l(\omega t \cos\beta + \sin\beta)$$

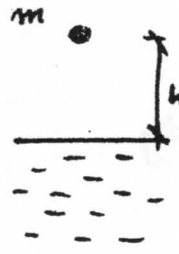
$$\varphi(t) = \omega t + \beta$$

$$R_{AX} = \left(\frac{9}{4}\sin\varphi\cos\varphi - \frac{3\sqrt{2}}{4}\right)mg$$

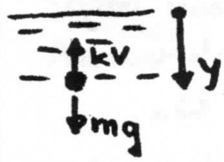
$$R_{AY} = \left(1 + \frac{3}{2}\cos^2\varphi - \frac{3}{4}\sin^2\varphi - \frac{3\sqrt{2}}{4}\cos\varphi\right)mg$$

w chwili zerwania nici reakcje wynoszą

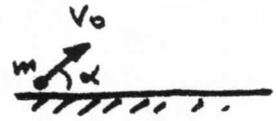
$R_{AX} = \frac{3}{8}mg$,



Ciało o masie m spada z wysokości h (bez oporu) i upada do wody. Opór ruchu w wodzie $\bar{R} = -k\bar{V}$.
Znaleźć równanie ruchu ciała w wodzie



$$y(t) = \left(\frac{m}{k}\sqrt{2gh} - \frac{m^2 g}{k^2}\right)\left(1 - e^{-\frac{kt}{m}}\right) + \frac{mg}{k}t.$$



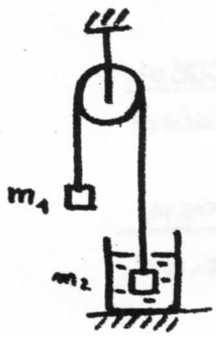
Ciało o masie m wyrzucono z prędk. V_0 pod ∢ α do poziomu.
Opór powietrza $R = kmV$.
Znaleźć równania ruchu ciała.

$t = 0$
$x = y = 0$

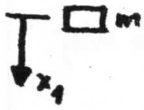
$$x(t) = \frac{V_0}{k}\cos\alpha\left(1 - e^{-kt}\right)$$
$$y(t) = \frac{1}{k}\left(V_0\sin\alpha + \frac{g}{k}\right)\left(1 - e^{-kt}\right) - \frac{g}{k}t$$

Zadania

Odpowiedzi

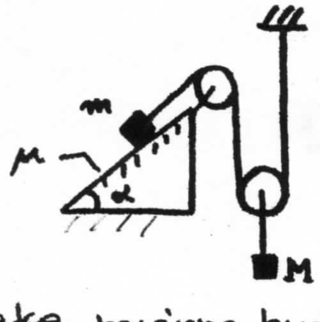


Znaleźć równanie ruchu masy m_1, przyjmując, że $m_1 \gg m_2$, opór cieczy $R = kV$, bloczek jest nieważki, nić nierozciągliwa



m_1 --- położenie początkowe
$t = 0, \; x_1 = 0, \; \dot{x}_1 = 0$

$$x_1(t) = \frac{m_1 - m_2}{k}gt + \frac{(m_1 - m_2)(m_1 + m_2)}{k^2}g \times \left[e^{-\frac{k}{m_1 + m_2}t} - 1\right]$$



Jaka powinna być masa „M", aby masa „m" nie zsuwała [illegible]

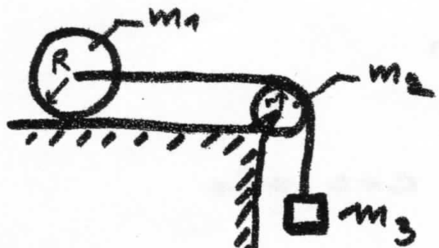
$M \leq 2m(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

i $M \geq 2m(\sin\alpha - \mu\cos\alpha$

Walec o promieniu r i masie m odwijając się z nici opada w dół. Znaleźć przyśpieszenie środka masy.

Wykorzystując równanie ruchu środka masy i równanie ruchu obrotowego wokół środka masy uzyskujemy przyśpieszenie

$$a = \frac{2}{3}g$$



$2r = R$

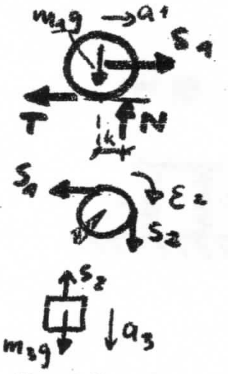
Koło o promieniu R i masie m_1 toczy się po prostej, wsp. tarcia tocznego wynosi k. Obliczyć przyśpieszenie masy m_3

Zapisując równania ruchu dla:

$$m_1: \begin{cases} m_1 a_1 = S_1 - T \\ J_1 \varepsilon_1 = TR - kN \end{cases}$$

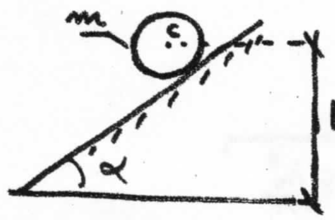
$$m_2: \begin{cases} m_2 a_2 = 0 \\ J_2 \varepsilon_2 = (S_2 - S_1) r \end{cases}$$

$$m_3: \begin{cases} m_3 a_3 = m_3 g - S_2 \\ J_3 \varepsilon_3 = 0 \end{cases}$$



oraz uwzgl. że $a_1 = \varepsilon_1 R$, $a_1 = a_3$

uzyskujemy $a_3 = g\dfrac{m_3 - \frac{k}{R}m_1}{\frac{3}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 + m_3}$.



ednorodny walec o masie m
i promieniu R stacza się bez
oślizgu z wysokości h.
naleźć prędkość środka walca
u podstawy równi.

Korzystając z zasady zachowania energii:

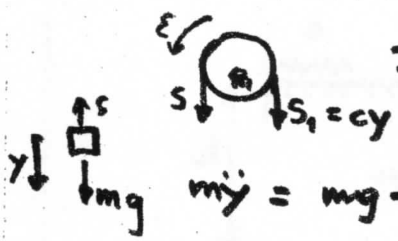
$$mgh = \frac{1}{2} m V_c^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$$

gdzie $\omega = \frac{V_c}{R}$, $J = \frac{mR^2}{2}$

otrzymujemy

$$V_c = \sqrt{\frac{4}{3} g h}$$

naleźć okres drgań układu
akładając, że nić jest nieważka
i nie ślizga się po bloku.



$$J\varepsilon = (S - S_1) r$$

$$m\ddot{y} = mg - S$$

uwzględniając, że $\ddot{y} = \varepsilon r$, $J = \frac{Mr^2}{2}$

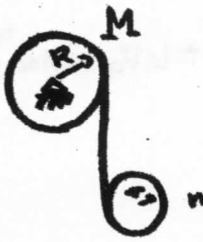
otrzymujemy równanie drgań

$$\ddot{y} + \left(\frac{c}{m + \frac{1}{2}M}\right) y = \frac{mg}{m + \frac{1}{2}M}$$

Skąd $T = 2\pi\sqrt{2m + M}$

Znaleźć przyśpieszenie kątowe krążka o masie m i promieniu r.

$$\varepsilon_k = \frac{2g}{3r}$$



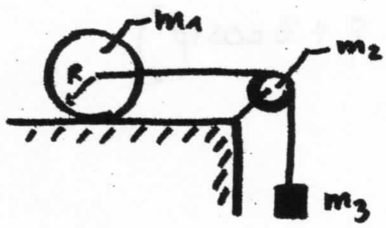
Znaleźć przyśpieszenie środka masy „m"

promienie bloczków wynoszą R i r

$$a = 2g\,\frac{M+m}{2m+3M}$$

Zadania

Odpowiedzi



wsp. tarcia potoczystego - f
Znaleźć przyśpieszenie środka toczącego się krążka.

$$a = g\,\frac{m_3 - \frac{f}{R}m_1}{\frac{3}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 + m_3}$$

Obliczyć reakcje w podporze A po zerwaniu nici. Masa belki wynosi m.

$$R_{Ax} = \left(\frac{9}{4}\sin\varphi\cos\varphi - \frac{3\sqrt{2}}{4}\right)mg$$

$$R_{Ay} = \left(1 + \frac{3}{2}\cos^2\varphi - \frac{3}{4}\sin^2\varphi - \frac{3\sqrt{2}}{4}\cos\varphi\right)mg$$

w chwili zerwania nici reakcje wynoszą

$$R_{Ax} = \frac{3}{8}mg\,,$$

$$R_{Ay} = \frac{5}{8}mg$$